

**Edson Kenji Ueda**  
**Victor Alves Marcelino**

# **Construção de um Veículo de Duas Rodas Auto Equilibrado**

Monografia de Conclusão de Curso  
apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro

Área de concentração:  
Engenharia Mecatrônica

Orientador:  
Prof. Dr. Lucas Antonio Moscato

São Paulo  
2010

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Ueda, Edson Kenji**

**Construção de um veículo de duas rodas auto equilíbrio /  
E.K. Ueda, V.A. Marcelino. -- São Paulo, 2011.  
55 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de  
Sistemas Mecânicos.**

**1. Sistemas veiculares (Controle) 2. Veículos I. V.A.  
Marcelino**

**II. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento  
de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos III.t.**

## **Agradecimentos**

Gostaríamos de agradecer ao professor orientador Dr. Lucas Moscato que nos guiou por este projeto de conclusão. Agradecemos também o suporte oferecido pelos alunos que participavam do laboratório da TS 04 e a todos os técnicos da oficina, principalmente ao Carlos, que nos ajudaram com dedicação na montagem do veículo. Por fim, agradecemos todo o apoio de nossas famílias nesse ano de muito esforço.

## **Resumo**

Projeto de construção e controle de um veículo de duas rodas auto equilibrado, que possui um sistema eletrônico embarcado para execução de um controle capaz de estabilizar o veículo na posição vertical, feito a partir da modelagem dinâmica de um pêndulo invertido.

## **Abstract**

Design and construction of a controlled self-balanced two-wheeled vehicle, which has a embedded electronic system for executing a control to stabilize the vehicle upright, made from the dynamic modeling of a inverted pendulum.

## Conteúdo

Lista de Figuras .....	7
Introdução.....	9
1. Estado da Arte.....	10
1.1. EDGARD e SON OF EDGARD.....	10
1.2. DIY Segway.....	12
2. Planejamento.....	14
2.1. Elementos de Construção.....	14
2.1.1. Elementos Eletrônicos .....	14
2.1.2. Elementos Mecânicos.....	21
3. Execução do Projeto.....	26
3.1. Modelagem e Controle .....	26
3.1.1. Modelagem.....	26
3.1.2. Linearização do Modelo.....	30
3.1.3. Controle.....	32
3.1.4. Resultados da Simulação .....	33
3.2. Programação .....	40
3.2.1. Sensores .....	41
3.2.2. Acionamento dos Motores .....	43
3.2.3. Controle.....	43
3.3. Montagem do Veículo.....	44
3.3.1. Parte Mecânica.....	44
3.3.2. Parte Elétrica .....	45
4. Resultados.....	48
4.1. Mecânica .....	48
4.2. Eletrônica e Programação .....	48
4.3. Controle.....	50
4.4. Resultados Finais .....	50
5. Conclusão.....	52
Referências Bibliográficas .....	53
Anexos .....	55
Fotos.....	55

## Lista de Figuras

Figura 1 - Segway PT .....	9
Figura 2 - EDGARD .....	11
Figura 3 - SON OF EDGARD .....	11
Figura 4 - DIY Segway .....	12
Figura 5 - Papaleguas.....	13
Figura 6 - Robô móvel de duas rodas com sistema de equilíbrio dinâmico .....	13
Figura 7 - First Cim Motor .....	15
Figura 8 - Victor 884 .....	16
Figura 9 - Diagrama de Blocos do LIS3L02AL .....	17
Figura 10 - Diagrama de Blocos do ITG-3200.....	18
Figura 11 - Encoder Autonics E40H12.....	18
Figura 12 - FEZ Panda II .....	19
Figura 13 - Bateria First Power FP12180 .....	20
Figura 14 - Redução 16:1 .....	21
Figura 15 - Roda Burgman.....	22
Figura 16 - Eixo transmissão .....	24
Figura 17 - Acoplamento Rotex .....	24
Figura 18 - Mancal P203 FRM .....	24
Figura 19 - Modelo da estrutura em UG.....	25
Figura 20 - Vista Inferior .....	25
Figura 21 - Diagrama Corpo Livre do Modelo .....	26
Figura 22 - Representação simplificada do sistema.....	32
Figura 23 - Simulação realizada no simulink.....	33
Figura 24 - Controlador Proporcional, $K_p = 1$ .....	34
Figura 25 - Controlador Proporcional, $K_p = 10$ .....	35
Figura 26 - Controlador Proporcional, $K_p = 50$ .....	35
Figura 27 - Controlador Proporcional-Integral, $K_p = 50$ , $K_i = 1$ .....	36
Figura 28 - Controlador Proporcional-Integral, $K_p = 50$ , $K_i = 10$ .....	36
Figura 29 - Controlador Proporcional-Integral, $K_p = 5$ , $K_i = 10$ .....	37
Figura 30 - Controlador Proporcional-Derivativo, $K_p = 50$ , $K_d = 1$ .....	38
Figura 31 - Controlador Proporcional-Derivativo, $K_p = 50$ , $K_d = 10$ .....	38
Figura 32 - Controlador Proporcional-Derivativo, $K_p = 5$ , $K_d = 10$ .....	39
Figura 33 - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo, $K_p = 50$ , $K_i = 10$ , $K_d = 10$ ....	39
Figura 34 - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo, $K_p = 5$ , $K_i = 10$ , $K_d = 10$ ....	40
Figura 35 - Bytes de informação do Acelerômetro .....	41
Figura 36 - Bytes de informação do Giroscópio .....	42
Figura 37 - Protótipo Parte Mecânica.....	45
Figura 38 - Protótipo Parte Elétrica .....	46

## Introdução

O presente trabalho tem como objetivo o planejamento e a construção de um veículo capaz de se auto-equilibrar semelhante ao produto comercial Segway(1). A estrutura do veículo pode ser modelada como um pêndulo invertido para fins de estabilidade, denunciando o problema de não existir um equilíbrio estático, sendo assim, deve haver um controle que possibilite o veículo obter um equilíbrio dinâmico.

Esta monografia visa descrever todos os passos do trabalho, desde o planejamento até a construção e integração de todos os seus componentes, bem como os problemas encontrados e as soluções e alternativas para cada parte do projeto.

Este projeto apresentará uma breve introdução sobre trabalhos semelhantes desenvolvidos até hoje, detalhará as peças e componentes utilizados, bem como seu funcionamento, mostrará a forma de modelagem do sistema para a aplicação do controle, além de detalhar a montagem e os testes realizados do veículo.

Ao final serão apresentadas conclusões sobre todo o trabalho, além de mostrar os próximos passos para o desenvolvimento futuro.



**Figura 1 - Segway PT**



## 1. Estado da Arte

Projetos de veículos de suas rodas que são capazes de se auto-equilibrar são alvo da comunidade científica por todo o mundo. Entre os projetos pesquisados foi encontrado o JOE(2), o DIY Segway(3), o EDGARD(4), o SON OF EDGARD(5), o legway(6), entre outros. De todos os projetos o mais completo é o SON OF EDGARD, projeto realizado pela universidade de Adelaide, essa universidade criou em dois anos dois protótipos o primeiro foi o já mencionado EDGARD e o segundo o SON OF EDGARD. Ao realizarmos pesquisas descobrimos que este tema já foi alvo de dois trabalhos de formatura realizados por alunos da Escola Politécnica de São Paulo. Um projeto foi realizado por alunos do curso de engenharia elétrica que nomearam o veículo de papaléguas. O segundo projeto foi executado por dois alunos do curso engenharia mecatrônica, ambos os projetos foram realizados no ano de 2010.

Este projeto tem um veículo comercial já mencionado anteriormente o Segway, veículo comercializado desde 2001, e inventado por Dean Kamen.

Durante pesquisas foi encontrada uma revista especializada em eletrônica que vendia um kit que uma pessoa poderia montar este veículo em sua casa. A revista em questão é o elektor(7) e chamaram seu veículo de Elektor Wheelie.

### 1.1. EDGARD e SON OF EDGARD

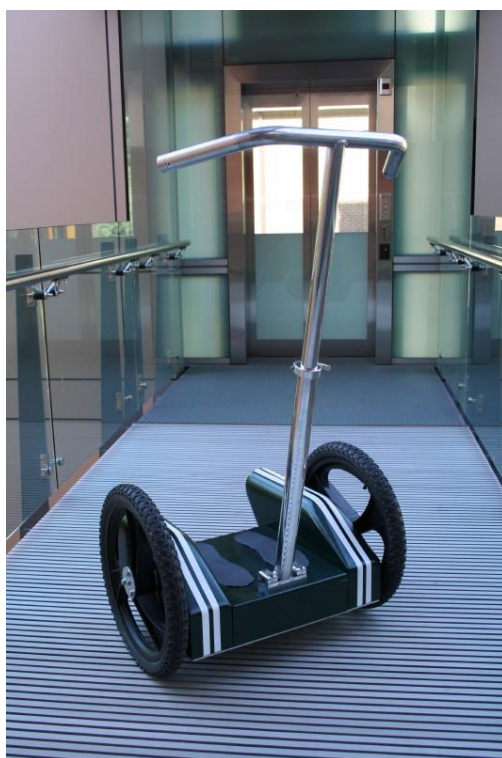
Este projeto foi realizado por um grupo de alunos da Universidade de Adelaide, cada projeto foi realizado em um ano, o primeiro em 2005 e o segundo em 2006. O segundo projeto foi um aperfeiçoamento do primeiro.

O primeiro projeto foi utilizado um controle PD, sensores de inércia mediam ângulo e aceleração angular. Foi utilizado um sensor capacitivo pra detectar a presença do usuário, pois dependendo se o usuário esta ou não em cima do veículo as constantes do controlador mudam. A autonomia do veículo foi estimada de 1,5 horas funcionando a 6Km/h sem considerar os distúrbios

O segundo projeto foi aperfeiçoado o controle, foi utilizado um controle parecido com do primeiro projeto, mas foi adicionado o controle da direção do veículo. Para isso foi adicionado um sensor, o de posição e velocidade angular do veículo, um encoder. Quanto a velocidade máxima foi estimado em 15Km/h.



**Figura 2 - EDGARD**



**Figura 3 - SON OF EDGAR**

## 1.2. DIY Segway

Este projeto foi realizado por alunos do MIT em 2007. Dos três protótipos é o mais simples, foi utilizado um controle PD em malha fechada. Para os sensores foi utilizado um giroscópio e um acelerômetro. Foi implementado um filtro complementar que utilizando os sensores estima o ângulo e a velocidade angular do veículo. Este filtro possui blindagem contra ruídos e não consome tanto o processador não deixando o controle muito lento.

Este veículo é mais leve comparado ao comercial e pode atingir a uma velocidade de 17KM/h. Sua aparência é muito mais simples que os projetos anteriores já citados, não possui um acabamento, mas o custo mencionado é muito inferior aos projetos de Adelaide.

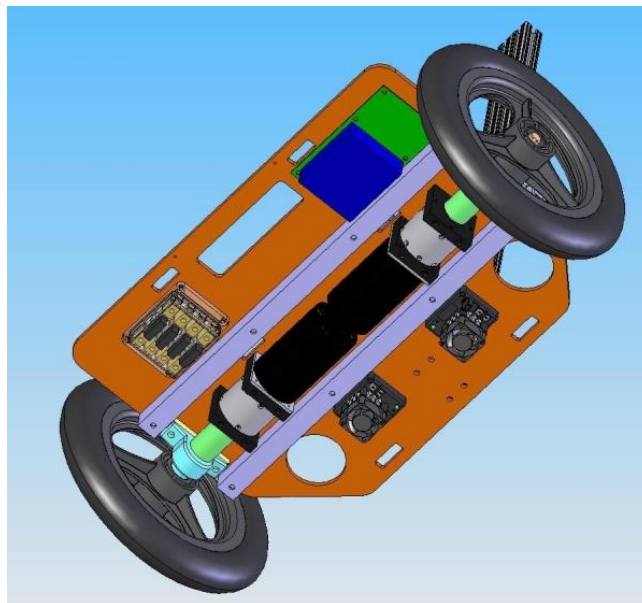


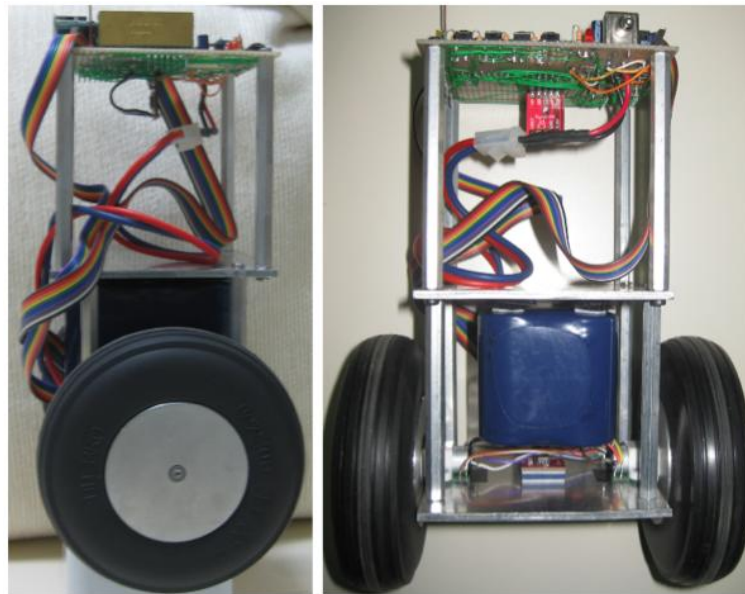
Figura 4 - DIY Segway

## 1.3. Projetos POLI

Dois Projetos foram realizados em 2010 por alunos da Escola Potitécnica da Universidade de São Paulo. O primeiro denominado Papaleguas(25) foi feito por alunos da engenharia elétrica e focaram o trabalho na construção de um protótipo funcional. O segundo projeto, Robô móvel de duas rodas com sistema de equilíbrio dinâmico(24), foi feito por alunos da engenharia mecatrônica que focaram a monografia em vários modos de controlar esse problema, de um pendulo invertido.



**Figura 5 - Papaleguas**



**Figura 6 - Robô móvel de duas rodas com sistema de equilíbrio dinâmico**

## **2. Planejamento**

### **2.1. Elementos de Construção**

A seguir serão apresentados todos os componentes utilizados neste projeto, os componentes foram escolhidos baseados em outros projetos já mencionados, além de pesquisas por peças encontradas no mercado nacional, uma vez que a maioria dos projetos são de outros países.

#### **2.1.1. Elementos Eletrônicos**

##### **2.1.1.1. Motor**

As possíveis opções de motores dc são motores brushed, motores brushless e servo motor. O primeiro é a opção mais barata, porém possui menor vida útil devido ao desgaste das escovas, tem menor velocidade máxima limitada pelo funcionamento mecânico das trocas das escovas e pode causar interferências no circuito eletrônico do projeto, pois necessitam de grandes ímãs para o seu funcionamento. O segundo é mais caro comparado a opção com escovas, porém tem uma vida útil maior, necessita menos manutenção e não causa tanta interferência quanto o motor brushed. O terceiro é uma das opções anteriores com um controle de posição.

Das três alternativas a melhor seria um servo com motor brushless, mas devido ao seu alto custo não é possível utilizar essa solução, além de que esse controle de posição pode ser facilmente substituído por um encoder que será mais bem explicado adiante. Então a escolha seria entre um motor brushed ou um brushless. Devido ao preço e a facilidade de se acionar o motor apenas com um PWM foi escolhido um motor brushed.

Escolhido o tipo do motor, falta achar um modelo que tenha potência suficiente para o veículo. Analisando os projetos feitos por outras universidades foi observado que utilizaram motores desde 0,45 HP até 1,0 HP e na maioria de vezes eram motores específicos para competição de guerra de robôs, pois são motores pequenos, leves e de alto torque, além de não serem muitos caros. Dentre os motores foi escolhido o First-CIM motor(8) por ser um dos mais baratos e já foi utilizado em vários projetos como o do MIT e um já produzido pela POLI. A única desvantagem do motor escolhido é a baixa relação potência peso.

As especificações do motor são o seguinte:

**Tabela 1 - Especificação First CIM**

Desempenho	
Modelo	M4-R0062-12
Tensão de operação	6 v – 12 V
Tensão nominal	12 V
RPM sem carga	5310
Corrente sem carga	2.7 A
Torque de stall	343,27 oz-in    2,424 N-m
Corrente de stall	133 A
Kt	2,58 oz-in/A    18,2 mN-m/A
Kv	443 rpm/V
Potência	337 W    0,45hp
Eficiência	65%
RPM na eficiência máxima	4614
Torque na eficiência máxima	45 oz-in/A    317,8 mN-m
Corrente na eficiência máxima	19,8A

Dimensões	
Peso	1304g
Comprimento	109,6 mm
Diâmetro	66 mm
Diâmetro do eixo	8 mm
Comprimento do eixo	35,6 mm



**Figura 7 - First Cim Motor**

#### **2.1.1.2. Speed Controler**

O controlador de velocidade escolhido foi o Victor 884(9), (10) que é próprio para o motor que será utilizado no projeto. O Victor 884 funciona lendo um sinal de PWM enviado do micro-controlador e ajusta a voltagem fornecida para o motor de acordo com esse sinal PWM.

Estes controladores foram feitos para que agüentem uma alta corrente como é vista nas características do motor, onde a corrente máxima é de 120 A.

Para o motor funcionar sob regime de reversão máxima deve utilizar um pulso de 1ms e para ter a aceleração máxima para frente deve utilizar um pulso de 2ms. O período entre um pulso e outro deve ser no mínimo 15 ms até no máximo 30 ms.

As especificações do controlador são as seguintes:

**Tabela 2 - Especificação Victor 884**

Modelo	Victor 884
Tensão nominal	12 V
Min/Max Tensão	6 – 15 V
Corrente de operação	40A
PWM Output Chop Rate	120 Hz
Minimum Throttle	3%



**Figura 8 - Victor 884**

#### **2.1.1.3. Sensoriamento**

Os sensores são parte fundamental do projeto, pois apenas com eles será possível adquirir os principais parâmetros necessários para o controle do veículo. O acelerômetro será necessário para informar os ângulos de interesse do veículo, o giroscópio fornecerá a velocidade angular destes ângulos e o encoder fornecerá a velocidade linear e deslocamento do veículo.

### 2.1.1.3.1. Giroscópio e Acelerômetro

Para o giroscópio e o acelerômetro, foram indicados os sensores contidos nos controles do Wii, o Motion Plus e o Nunchuk respectivamente, pois são sensores que toda a parte de filtros e comunicação já esta pronta.

O acelerômetro utilizado no nunchuk LIS3L02AL(11) da ST Microeletronics(11). Analisando o datasheet do sensor, verificasse que ele é um acelerômetro de três eixos capaz de detectar uma aceleração de aproximadamente 2g em uma banda de até 1,5kHz. Essas características mostram-se suficientes para o projeto. Além disso, o sensor pode ser alimentado por uma tensão de 3,6V, ou seja, tem um baixo consumo de energia, mantém suas especificações de -45 à +85°C. O sensor possui uma calibração que indica um zero-g quando o sensor não está sobre ação de nenhuma aceleração excluindo-se a gravidade. Abaixo está o diagrama de blocos do sensor, do lado esquerdo estão os sensores que geram sinais que são tratados e amplificados para gerarem as saídas de x, y e z do lado direito.

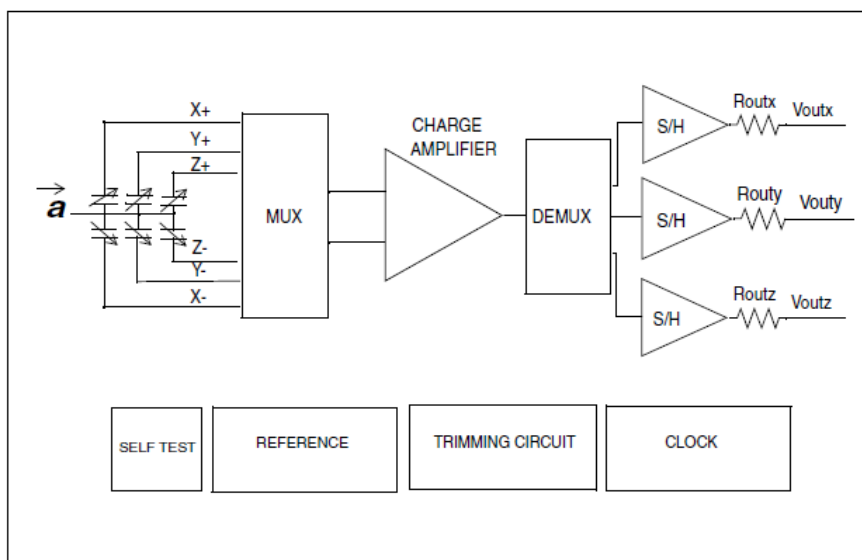
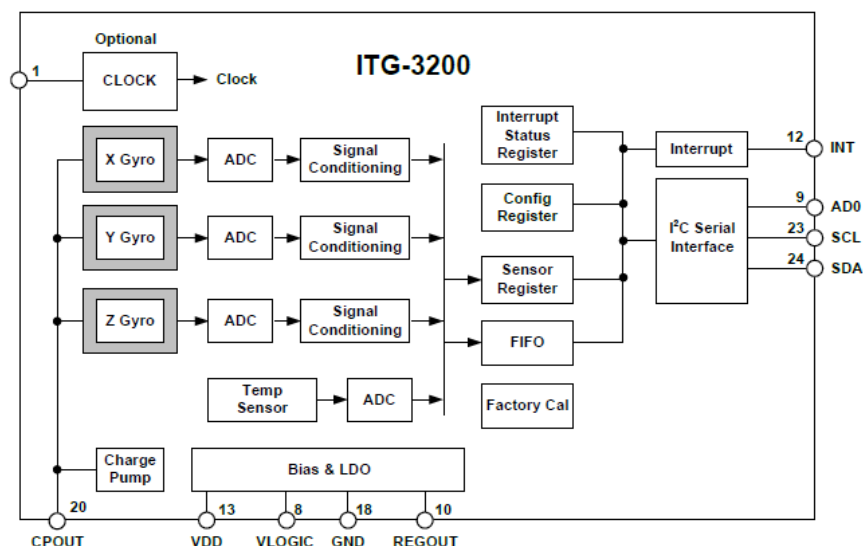


Figura 9 - Diagrama de Blocos do LIS3L02AL

O Motion Plus possui um giroscópio ITG-3200(12),(13) (12) da Inven Sense. Segundo informações fornecidas pelo fabricante, o sensor possui um giroscópio de três eixos com saída digital com uma resolução de 2000°/seg, o que supera a necessidade do sensor para o veículo. Isso permite que o sensor seja capaz de verificar com precisão para onde o veículo deve se mover. A alimentação dele é de apenas 3,6V, como a do acelerômetro, além de possuir um sensor interno de temperatura e um clock interno com taxa de até 8kHz de aquisição. Abaixo está o diagrama de blocos do circuito do sensor.





**Figura 10 - Diagrama de Blocos do ITG-3200**

O diagrama mostra que esse sensor possui uma saída serial de I<sup>2</sup>C que possui uma taxa de transferência de até 400kHz. Essa saída é a mesma do que é utilizada no acelerômetro. Essa característica é fundamental, pois esse tipo de interface possui uma grande robustez e imunidade a distúrbios externos, devido a dois amplificadores de ruídos de alta e baixa frequência que permitem alunar os ruídos externos.

#### **2.1.1.3.2. Encoder**

O encoder utilizado é o E40H12 da Autonics(14), esse encoder é do tipo incremental. O encorer é alimentado com 5V e possui uma velocidade de leitura de 1024 ppm. Esse encoder é acolado diretamente no eixo de redução do veículo.

Com esse sensor controlamos em malha fechada a posição e velocidade linear do veículo.



**Figura 11 - Encoder Autonics E40H12**

#### 2.1.1.4. Micro-controlador

Para o papel de controlador deveria ser escolhido algo capaz de receber os sinais vindos dos sensores, processá-los por um algoritmo de controle e enviar sinais que possam ser utilizados para o acionamento dos motores.



Figura 12 - FEZ Panda II

O controlador escolhido foi o FEZ Panda II da GHI eletrônica(15), que possui um processador de 72MHz com 32-bits de resolução, com entradas analógicas e digitais, uma saída USB para a fácil comunicação com o computador, o que permite uma iteração rápida do usuário por meio da interface de programação do controlador. Uma das linguagens suportadas é o C, que é de conhecimento comum dos alunos da POLI. Outro atrativo dele é a existência de um barramento I<sup>2</sup>C(16) que pode ser utilizado para receber as informações dos sensores escolhidos.

Este barramento é altamente recomendado para projetos embarcados, pois circuitos eletrônicos ficam menores e compactos, além de ter um baixo consumo e alta imunidade a ruídos.

O funcionamento deste barramento se simplifica em dois bus, o serial data line (SDA) e o serial clock line (SCL). Todos os sensores, micro-controlador e controlador de velocidade serão conectados nesse busses que serão endereçados via software, onde cada um terá um endereço único e existirá uma relação de mestre/escravo entre eles. O mestre será o micro-controlador e os outros componentes trabalham como escravo. O mestre é o componente que mandará uma mensagem pedindo que os sensores o enviem uma resposta, que é o dado da posição ou velocidade angular.

### 2.1.1.5. Bateria

A bateria utilizada para toda a alimentação do projeto será uma bateria de chumbo-ácido que possui a característica de fornecer altas correntes por um curto intervalo de tempo. Essa característica é levada em conta devido à alta corrente necessitada pelo motor que necessita de 19,8A em eficiência máxima, mas possui uma corrente de stall de 133A. Assim a capacidade da bateria teria que ser muito alto para ter boa autonomia, porém quanto maior a capacidade maior seu tamanho e seu peso o que fator limitante, pois não queremos um veículo muito pesado e grande.

Por este motivo utilizamos uma bateria de 18Ah para a alimentação dos motores e por motivo de segurança uma bateria 9V para a alimentação de todo o circuito eletrônico.

**Tabela 3 – Especificação Bateria First Power FP12180**

Especificação(17)	
Tensão Nominal	12V
Capacidade	18Ah
Dimensão (mm)	181x77x167
Peso	5,3Kg



**Figura 13 - Bateria First Power FP12180**

## 2.1.2. Elementos Mecânicos

### 2.1.2.1. Redução

Escolhido o motor é necessário diminuir a rotação e aumentar o torque e a solução mecânica utilizada é o uso de uma redução. Ela pode ser feita de forma bem simples com duas engrenagens de dente reto, onde a relação do número de dentes das duas engrenagens é o fator que irá multiplicar o torque e dividir a rotação. Mas além de ser trabalhoso o projeto dessa redução o custo de fazer peças sob medida e pequenos lotes é muito caro.

Então a solução encontrada foi comprar caixas de redução já prontas e no próprio local onde se comprou os motores também vendiam caixas de redução. A caixa de redução comercializada era do tipo planetário e possui características boas para o projeto uma vez que este tipo de redução é compacto além de possuir pouca folga.

As especificações da redução escolhida são o seguinte:

**Tabela 4 – Especificação Redução**

Dimensões	
Tipo	Planetário
Redução	16:1
Estágios	2 – 4:1 ; 4:1
Material da engrenagem	Aço
Peso	1162,33 g
Comprimento	81,3 mm
Largura (do quadrado)	63,5 mm
Diâmetro do eixo	12,7 mm
Comprimento do eixo	82,6 mm



**Figura 14 - Redução 16:1**

### 2.1.2.2. Pneu e Rodas

As rodas escolhidas para fazer o veículo é a do Suzuki Burgman(19), ela é feita de liga leve o seu tamanho é aro 10 e utiliza pneu 100/90. Realizando os devidos cálculos o diâmetro total do pneu montado na roda será de 43,6 cm.



Figura 15 - Roda Burgman

Portanto com os dados no motor, redução e tamanho das rodas é possível estimar a velocidade máxima do veículo e seu torque máximo.

$\eta$  = RPM máximo = 4614

$r$  = Taxa de redução = 16:1

$D$  = Diâmetro do pneu = 43,6 cm

$$V = \frac{\frac{\eta}{r} \cdot 60}{\pi \cdot D} = \frac{\frac{4614}{16} \cdot 60}{\pi \cdot \frac{43,6}{100}} = 5,61 \frac{m}{s} = 20,21 \frac{km}{h}$$

Equação 1

T = Torque de stall = 2,424 Nm

$$\tau_{max} = T \cdot r = 2,424 \cdot 16 = 38,784 \text{ Nm}$$

Equação 2

### 2.1.2.3. Transmissão, Acoplamento e Mancal.

Foi projetado um eixo para a transmissão do movimento gerado pelos motores para as rodas do veículo. Após cálculos realizados o eixo poderia ser de 9mm de diâmetro feito com aço 1045, mas utilizando fatores de segurança o eixo foi fabricado com 12mm de diâmetro em uma das pontas e a outra extremidade foi definida pela geometria existente na roda utilizada, que é um estriado para melhor distribuição dos esforços no eixo. Neste eixo existe um rebaixo de 17mm de diâmetro onde um mancal esta localizado para que os esforços normais sofridos no eixo não afete a redução danificando-a.

O mancal escolhido foi um mancal pillow block de apoio e o modelo é P203(21) com rolamento de 17mm da FRM.

Na extremidade de 12mm para acoplar o eixo com o motor e redução foi utilizado um acoplamento elástico da KTR(20), o modelo é Rotex 24 AL 98 Sh A. A vantagem deste acoplamento é que ele suporta pequenos desalinhamento entre o eixo da roda e do redutor. Tanto o eixo da redução quanto o eixo fabricado foi necessário a utilização de uma chaveta. Este acoplamento resiste a uma carga de até 60 Nm.



**Figura 16 - Eixo transmissão**



**Figura 17 - Acoplamento Rotex**



**Figura 18 - Mancal P203 FRM**



#### 2.1.2.4. Estrutura

Todos os componentes são montados em uma chapa de alumínio 5052, muito utilizado em aplicações navais, com dimensões de 800mmx450mmx10mm, este material foi escolhido devido as suas características de alta relação resistência/peso com uma resistência mecânica ( $\sigma = 200\text{MPa}$ ) e uma baixa densidade ( $\rho=2697 \text{ kg/m}^3$ ).

Para a haste foi utilizado um tubo de perfil circular com 28,575 mm (1 1/8") de diâmetro, e 1,5875 mm (1/16") de parede. Como um primeiro protótipo a altura desta haste é fixa e foi escolhido uma altura de 1,15m da base.

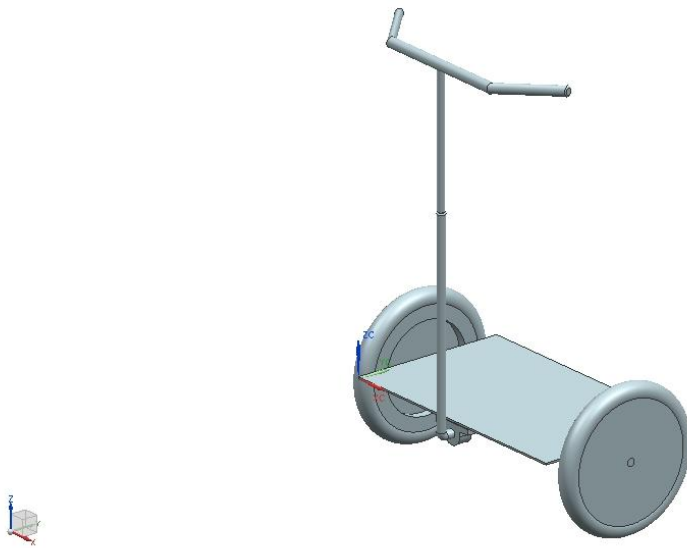


Figura 19 - Modelo da estrutura em UG

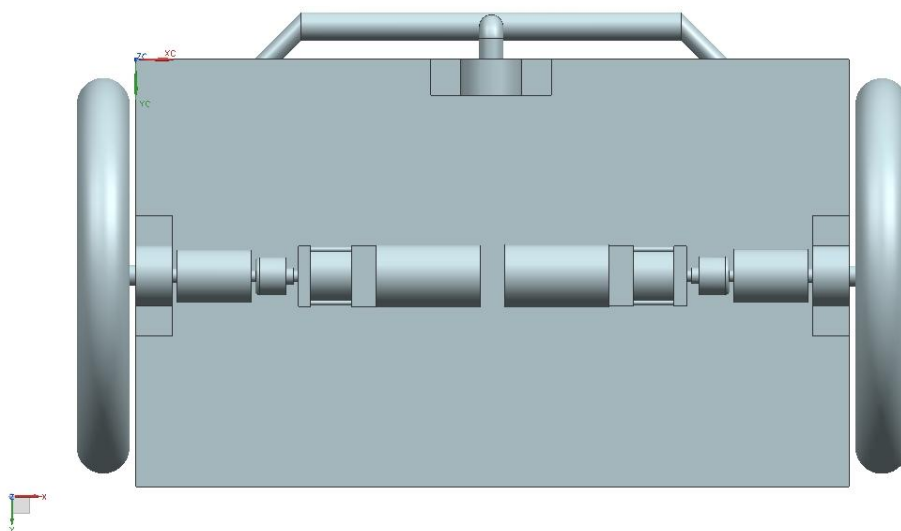


Figura 20 - Vista Inferior



### 3. Execução do Projeto

#### 3.1. Modelagem e Controle

Tendo em vista que um veículo de duas rodas como o proposto possui um equilíbrio instável, ou seja, qualquer alteração mínima do seu ponto de equilíbrio, o veículo tende a cair. Dessa forma, faz-se necessário o desenvolvimento de um modo de controlar o sistema todo, suas posições e velocidades lineares, angulares de inclinação e giro, e para isso será necessário implementar um algoritmo de controle por software. Assim, um micro controlador embarcado será utilizado.

Porém para criar esse algoritmo se faz necessário desenvolver um modelo dinâmico do veículo, o que não é uma tarefa simples. No entanto, diversas abordagens semelhantes já foram desenvolvidas e utilizadas, como em (22), (23), (24) e (25).

##### 3.1.1. Modelagem

Para uma modelagem adequada, a simplificação do sistema por um pêndulo invertido pode ser utilizada, tornando o equacionamento relativamente mais simples. Como foi desenvolvido em (22). Abaixo está uma figura do modelo simplificado utilizado:

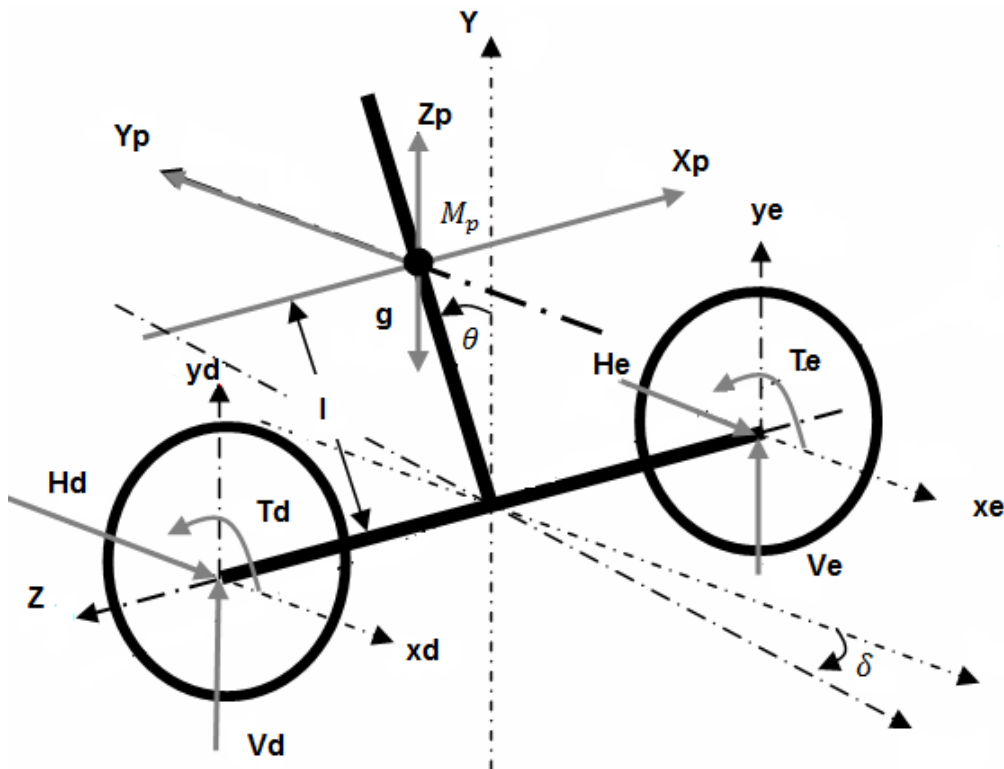


Figura 21 - Diagrama Corpo Livre do Modelo

Com a escolha de uma representação base, foram aplicadas as Leis de Newton, por meio do Teorema do Movimento do Baricentro e do Teorema do Momento Angular, que permitem a obtenção de equações que relacionem os ângulos do pêndulo invertido com as velocidades lineares e de inclinação do modelo.

Aplicando esses teoremas em relação ao centro de massa do sistema para o TMB e em relação ao centro da base do sistema para o TMA, as equações abaixo foram obtidas:

$$\begin{aligned} \text{TMB: } & \left( 2 \cdot M_r + 2 \cdot \frac{I_r}{r^2} + M_p \right) \cdot \ddot{x} + M_p \cdot l \cdot \cos \theta \cdot \ddot{\theta} \\ & = - \frac{2 \cdot K_m}{K_v \cdot R \cdot r^2} \cdot \dot{x} + \frac{K_m}{R \cdot r} \cdot (V_e + V_d) + M_p \cdot l \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin \theta \end{aligned}$$

**Equação 3**

$$\begin{aligned} \text{TMA: } & (I_p + M_p \cdot l^2) \cdot \ddot{\theta} \\ & = \frac{2 \cdot K_m}{K_v \cdot R \cdot r} \cdot \dot{x} - \frac{K_m}{R} \cdot (V_e + V_d) - M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta - M_p \cdot l \cdot \cos \theta \cdot \ddot{x} \end{aligned}$$

**Equação 4**

Onde as constantes são:

- $M_r$  é a massa de cada roda em Kg;
- $I_r$  é o momento de inércia da roda em Kg.m<sup>2</sup>;
- $r$  é a o raio da roda em m;
- $M_p$  é a massa da pessoa em cima do veículo em Kg;
- $l$  é a altura do centro de massa da pessoa em m;
- $K_m$  é a constante de torque do motor em Nm/A;
- $K_v$  é a constante de rotação do motor;
- $R$  é a resistência elétrica do motor em  $\Omega$ ;
- $G$  é a aceleração da gravidade em m/s<sup>2</sup>;

E as variáveis são,

- $V_e$  e  $V_d$  são as tensões nos motores;
- $\dot{x}$  é a velocidade linear em m/s;
- $\ddot{x}$  é a aceleração linear em m/s<sup>2</sup>;
- $\theta$  é o ângulo de inclinação da pessoa em rad;
- $\dot{\theta}$  é a velocidade angular da pessoa em rad/s
- $\ddot{\theta}$  é a aceleração angular da pessoa em rad/s<sup>2</sup>;

Além disso, também se faz necessário a aplicação do TMA para determinar uma equação que mostre a relação do movimento de giro com o torque aplicado no motor, como mostrado abaixo:

$$\textbf{TMA de Giro: } 2 \cdot I_{pz} \cdot \ddot{\delta} = \left( \frac{K_m}{R \cdot r} \cdot V_e - \frac{K_m}{R \cdot r} \cdot V_d \right) \cdot D$$

**Equação 5**

Onde as constantes são,

- $I_{pz}$  é o momento de inércia em relação à z da roda em  $\text{Kg.m}^2$ ;
- $D$  é a distância do centro da base à roda em m;

E a variável é  $\ddot{\delta}$  a aceleração angular de giro em  $\text{rad/s}^2$ ;

Verifica-se que essas equações possuem deduções semelhantes em (22) e (23), além de aplicações similares em (24) e (25), comprovando que o modelo acima deduzido já teve aplicações com bons resultados e, portanto, foi utilizada para definir a modelagem dinâmica do veículo proposto.

Por fim, as equações do modelo podem ser estruturadas na forme de matrizes, desacoplando o modelo de giro do modelo de movimentação linear, como abaixo:

#### **Movimento Linear:**

$$\dot{x} = A(x) \cdot x + B(x) \cdot u + f(x)$$

**Equação 6**

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 & z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & w_1 & 0 & w_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ z_3 & z_3 \\ 0 & 0 \\ w_3 & w_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ V_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ z_4 \\ 0 \\ w_4 \end{bmatrix}$$

**Equação 7**

Onde:

$$z_1 = \frac{2 \cdot K_m \cdot \left[ \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) \cdot r - l \cdot M_p \cdot \cos(\theta) \right]}{K_v \cdot r^2 \cdot R \cdot \left( (I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2 \right)}$$

Equação 8

$$z_2 = \frac{l^2 \cdot M_p^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)}{(I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2}$$

Equação 9

$$z_3 = \frac{K_m \cdot \left[ l \cdot M_p \cdot \cos(\theta) - \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) \cdot r \right]}{r \cdot R \cdot \left( (I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2 \right)}$$

Equação 10

$$z_4 = -g \cdot l \cdot M_p \cdot \sin(\theta)$$

Equação 11

$$w_1 = - \frac{2 \cdot K_m \cdot \left( I_p + l^2 \cdot M_p + l \cdot M_p \cdot r \cdot \cos(\theta) \right)}{K_v \cdot r^2 \cdot R \cdot \left( (I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2 \right)}$$

Equação 12

$$w_2 = \frac{l \cdot M_p \cdot (I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\theta)}{(I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2}$$

Equação 13

$$w_3 = \frac{K_m \cdot \left( I_p + l^2 \cdot M_p + l \cdot M_p \cdot r \cdot \cos(\theta) \right)}{r \cdot R \cdot \left( (I_p + l^2 \cdot M_p) \cdot \left( M_p + 2 \cdot M_r + \frac{2 \cdot I_r}{r^2} \right) + l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta)^2 \right)}$$

Equação 14

$$w_4 = \frac{g \cdot l^2 \cdot M_p^2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)}{I_p + l^2 \cdot M_p}$$

Equação 15

### Movimento de Giro:

$$\dot{x} = A(x) \cdot x + B(x) \cdot u$$

Equação 16

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -v_1 & v_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ V_e \end{bmatrix}$$

Equação 17

Onde:

$$v_1 = \frac{D \cdot K_m}{I_{pz} \cdot r \cdot R}$$

Equação 18

Essa modelagem, no entanto, define um sistema não linear de equações, o que, em teoria, faz necessário o uso de técnicas complexas de controle, ficando fora do escopo do projeto.

Outros projetos, vide (22), (23), (24) e (25), foi escolhido tratar as equações obtidas por meio de uma linearização, o que possibilitaria tratar o problema como sendo linear e aplicar uma técnica de controle mais simples, porém eficiente e suficiente para manter um controle adequado ao equilíbrio do veículo proposto.

### 3.1.2. Linearização do Modelo

Para a aplicação de um sistema simples de controle, como um PID, que foi amplamente estudado durante o curso, o sistema em questão deve ser um sistema linear, diferente do modelo obtido, assim, existe a necessidade de se linearizar o sistema de algum modo. Em (22) e (23), o sistema de equações foi linearizado de uma forma não muito clara, por isso, como sugerido em (24) e (25), será utilizado uma técnica chamada “State Feedback Linearization” que está deduzida em (26) e possui exemplos de aplicações reais em (27) e (28).

Essa técnica introduz uma abordagem que permite linearizar o sistema por meio de uma realimentação dos estados do sistema, tornando o sistema linear. Seu diferencial é que essa realimentação se dá de maneira exata, não sendo uma aproximação que gera muitos erros.

A linearização introduzida será feita utilizando o conceito da Derivada de Lie, mostrada em (5), que é definida abaixo:

$$L_f h(x) = \frac{dh}{dx} \cdot f(x)$$

**Equação 19**

Utilizando essa derivada, determina-se o grau relativo desse sistema. Para um sistema, seu grau relativo é Gr na vizinhança de um ponto  $x_0$  para:

$$L_g L_f^k h(x) = 0$$

**Equação 20**

$$L_g L_f^{gr-1} h(x_0) \neq 0$$

**Equação 21**

$$\forall x \text{ na vizinhança de } x_0 \text{ e } k \leq gr - 2$$

Essa derivada permite que seja deduzida uma equação de realimentação, que usada para controlar o sistema modelado, torna-o um sistema linear que necessita de métodos simples de controle para chegar ao equilíbrio necessário do sistema real. Essa função de realimentação é dada por:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{gr-1} h(x)} \cdot (-L_f^{gr} h(x) + v)$$

**Equação 22**

Para o calculo dessas derivadas, precisa-se definir:

$$f(x) = \begin{bmatrix} z_1 \cdot \dot{x} + z_2 \cdot \dot{\theta} + z_4 \\ \dot{\theta} \\ w_1 \cdot \dot{x} + w_2 \cdot \dot{\theta} + w_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Equação 23**

$$g(x) = \begin{bmatrix} z_3 & z_3 \\ 0 & 0 \\ w_3 & w_3 \\ -v_1 & v_1 \end{bmatrix}$$

**Equação 24**

$$h(x) = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix}$$

**Equação 25**

Dessa forma, podemos calcular as derivadas de Lie:

$$L_g L_f^0 h(x) = L_g h(x) = \frac{dh}{dx} \cdot g(x) = \begin{bmatrix} w_3 & w_3 \\ -v_1 & v_1 \end{bmatrix}$$

**Equação 26**

$$L_f^1 h(x) = \begin{bmatrix} w_1 \cdot \dot{x} + w_2 + w_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Equação 27**

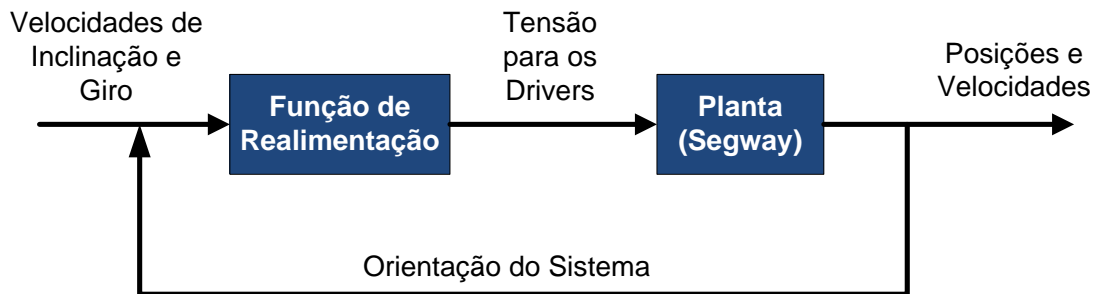
Com esses resultados, obtém-se a função de realimentação, dada por:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_e \end{bmatrix} = \frac{1}{\begin{bmatrix} w_3 & w_3 \\ -v_1 & v_1 \end{bmatrix}} \cdot \left( -\begin{bmatrix} w_1 \cdot \dot{x} + w_2 + w_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} \right)$$

**Equação 28**

Onde  $\dot{\theta}$  e  $\dot{\delta}$  são as entradas do sistema e  $V_d$  e  $V_e$  são as saídas.

Abaixo está uma representação simplificada do sistema obtido:



**Figura 22 - Representação simplificada do sistema**

### 3.1.3. Controle

Tendo a função de realimentação por estados criada, pode-se aplicar um controle simples como um PID. Em geral, a literatura sugere o uso do PID completo ((22) (23) e (24)), no entanto, resultados obtidos em (25) mostram que a aplicação de um PD é mais eficaz e evita que um problema relacionado com a parte integral, como é o caso do “Wind-Up”, ocorra.

Visando a melhor forma de controlar o sistema, as diversas combinações de PID podem ser testadas no software Matlab, por meio da ferramenta do simulink.

Para isso, foram criadas funções (em anexo) para a função de realimentação e para a planta, além de funções complementares que auxiliam na obtenção dos resultados no Matlab.

O sistema implementado abaixo, possui uma função de entrada que gera velocidades desejadas para o sistema e compara com a velocidade atual para a obtenção do erro e com isso gerar a nova alimentação do sistema. Esse erro passa pelo PID criado pelo programa e em seguida alimenta o modelo da planta, que tem como saída os novos estados do sistema, que são utilizados para gerar os gráficos de desempenho e alimentar o erro novamente.

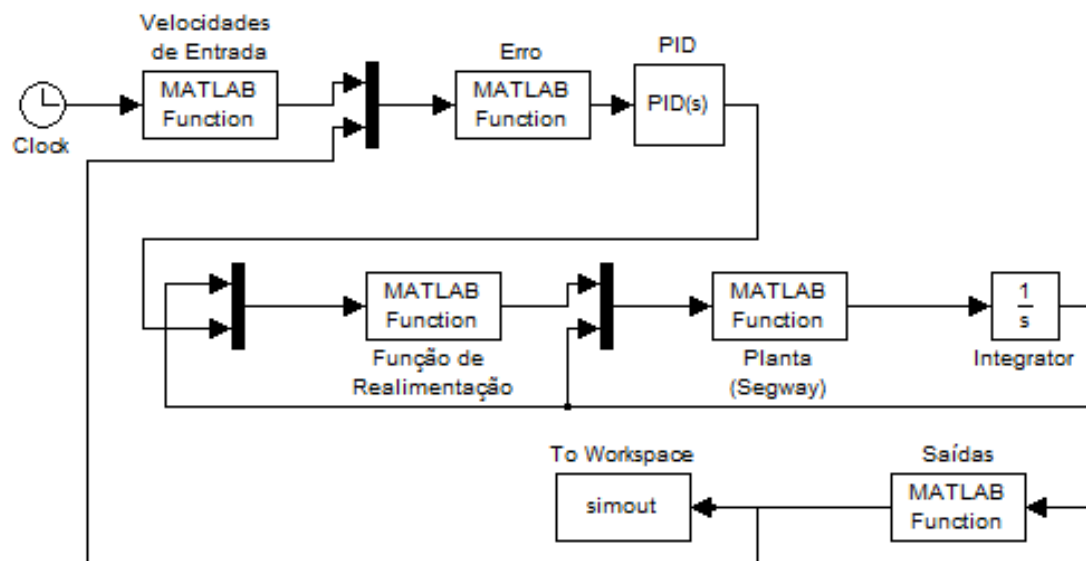


Figura 23 - Simulação realizada no simulink

### 3.1.4. Resultados da Simulação

Com o intuito de identificar qual a melhor escolha de PID para ser utilizada no modelo real, diversas combinações de controladores foram simuladas no Matlab para que o comportamento do sistema fosse estudado e a melhor solução seria a escolhida para ser implementada como o controlador do veículo.

Abaixo são mostrados gráficos que mostram a posição do veículo, a inclinação que ele possui e também a velocidade de inclinação dele, pelo qual é controlado o sistema. Em todos os testes, o tempo total de medição foi de 30 segundos, sendo que foi sempre utilizada uma função que iniciava com uma entrada de velocidade, 0,05 rad/s, até completar 5 segundos, após esse tempo, a velocidade era reduzida a zero até o tempo de 10, quando a velocidade passava a ser negativa em 0,05 rad/s, permanecendo assim até completar 15 segundos, quando a velocidade voltava a ser zero até o fim do período de medição.



Essa função de entrada simula o veículo sendo inclinado para frente e ganhando velocidade, parando por um período, onde a velocidade linear é constante, e depois a velocidade começa a diminuir com a inclinação do veículo até a posição inicial, onde a velocidade passa a ser zero e o veículo permanece parado.

Vale observar que a medida de tempo do Matlab mostra quantos pontos foram utilizados, não o tempo em si, que foi sempre de 30 segundos.

#### 3.1.4.1. Controle Proporcional

Inicialmente foram testados controladores que possuíam apenas ganhos proporcionais. Alguns dos resultados dos testes estão mostrados abaixo para análise.

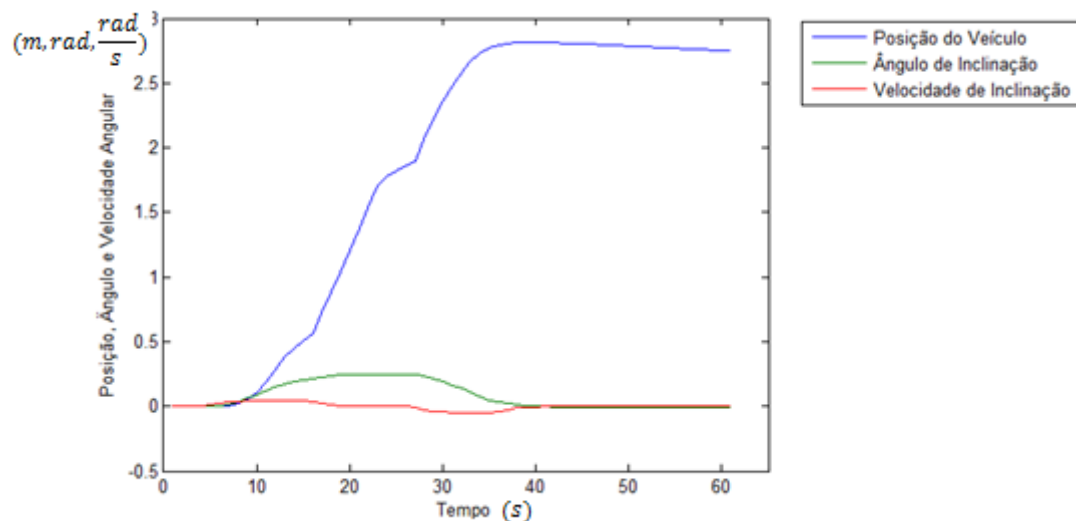
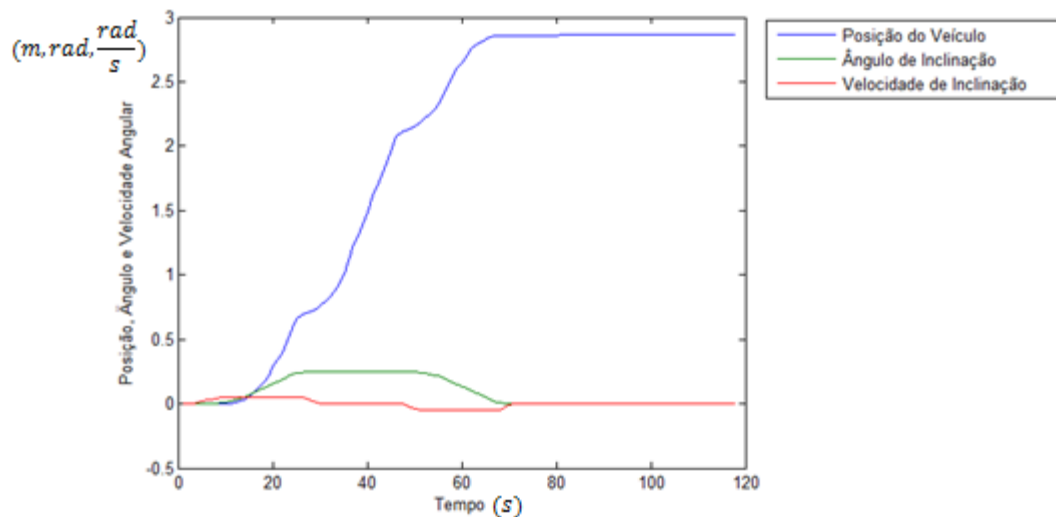
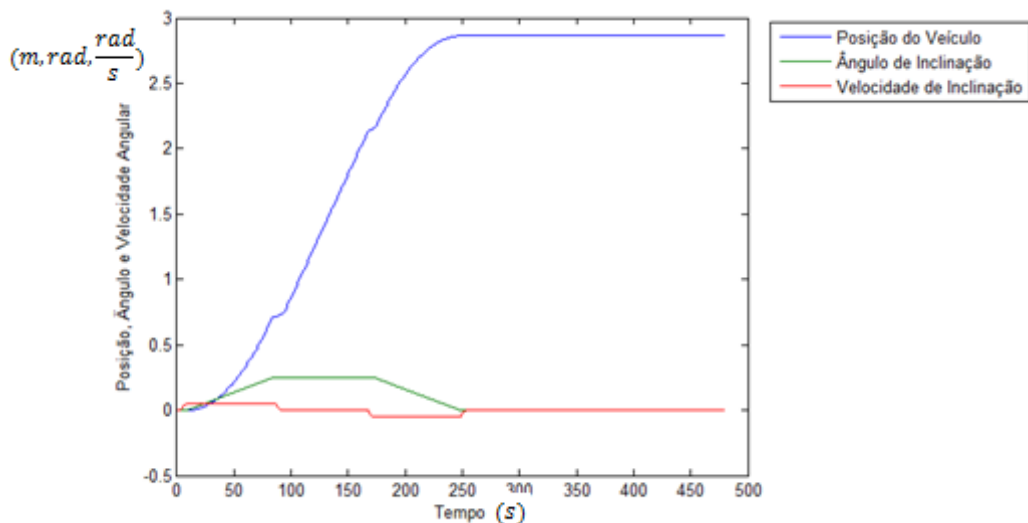


Figura 24 - Controlador Proporcional,  $K_p = 1$



**Figura 25 - Controlador Proporcional,  $K_p = 10$**



**Figura 26 - Controlador Proporcional,  $K_p = 50$**

O uso de um controlador proporcional nos mostra como o sistema não consegue a estabilidade sozinho, isso pode ser visto no primeiro gráfico onde  $K_p = 1$  e não tem velocidade suficiente para responder ao que o controle quer fazer, demorando para acelerar e não parando quando necessário. A elevação do ganho para 10 mostra uma melhora na resposta do sistema, que já consegue acompanhar o controle e ficar estável, no entanto a resposta ainda é muito lenta, o que prejudicaria a estabilidade do sistema real. Já quando um controlador de ganho maior,  $K_p = 50$ , é utilizado, a resposta passa a ser rápida e equilibrar o sistema conforme o controlador manda, acarretando em um ganho que poderia ser aplicado no modelo real.

Entretanto, um controlador proporcional ainda tem o problema de ser sensível a variações, como pode ser observado quando existe a mudança da velocidade, que acarreta em um tranco dos motores, o que não é desejado, pois a resposta de um sistema real deve ser suave.

### 3.1.4.2. Controle PI

Com o intuito de tentar melhorar a resposta do sistema foi acrescentada uma parcela integral ao controlador que possibilitaria o sistema atingir a velocidade desejada mais rapidamente, porém poderia gerar uma resposta a mais e depois o sistema se estabilizaria. Abaixo então alguns testes de resposta ao controle PI.

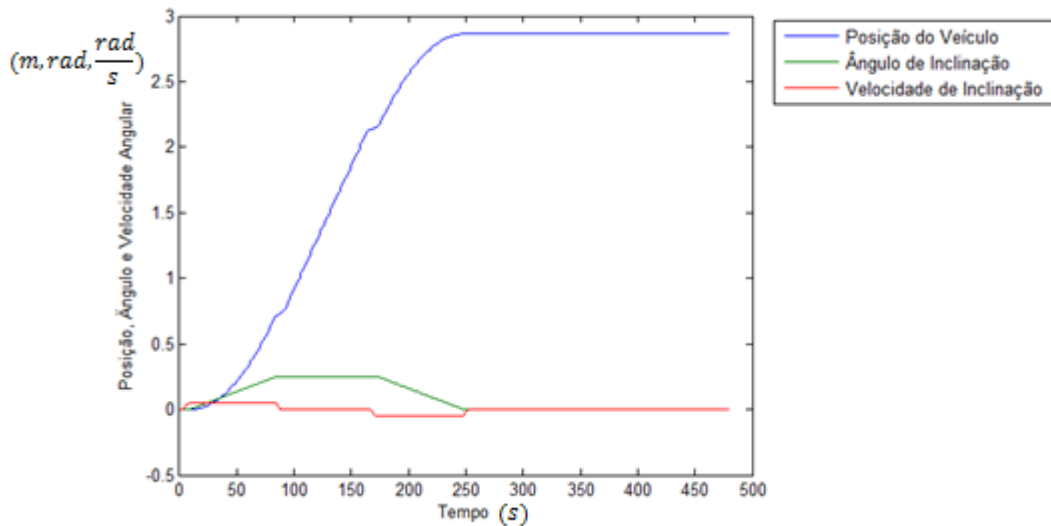


Figura 27 - Controlador Proporcional-Integral,  $K_p = 50$ ,  $K_i = 1$

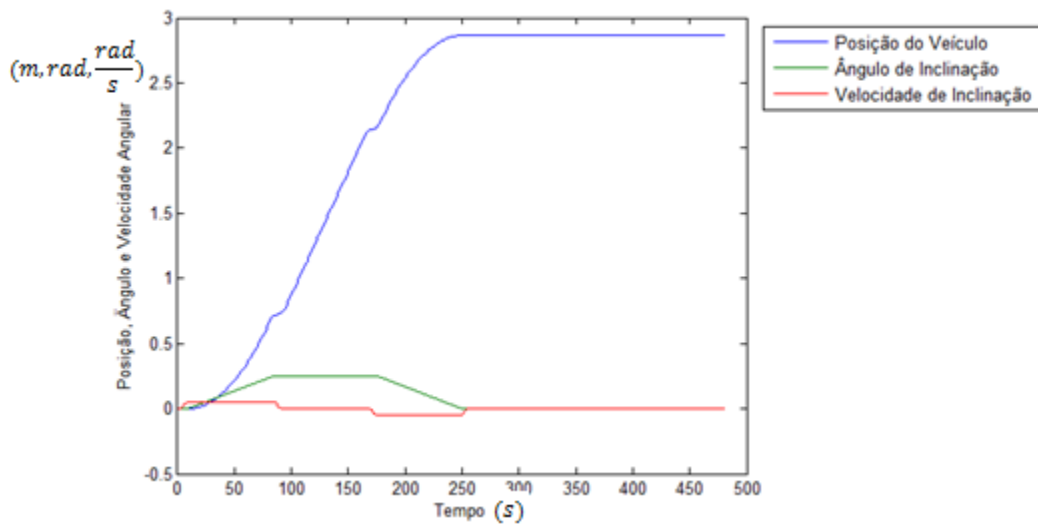
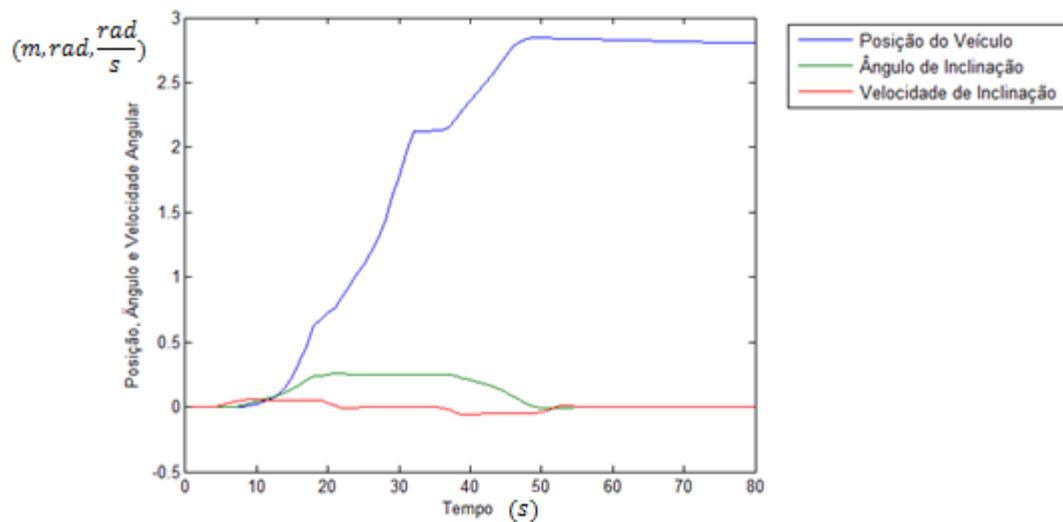


Figura 28 - Controlador Proporcional-Integral,  $K_p = 50$ ,  $K_i = 10$



**Figura 29 - Controlador Proporcional-Integral,  $K_p = 5$ ,  $K_i = 10$**

As duas primeiras análises mostram o sistema com uma parcela pequena de integração, mantendo o ganho proporcional, onde a alteração do sistema em relação ao controlador proporcional é nula, enquanto que o custo computacional cresce muito, como pode ser visto no número de dados que a figura mostra como tempo do Matlab.

Já na última análise, com a redução do termo proporcional, o sistema volta a ter uma resposta ruim, além de ter uma resposta lenta e com muitos trancos.

Assim, a adição de um termo integral não mostra um ganho na resposta do sistema e ainda aumenta o custo computacional da análise, o que poderia piorar a resposta do controle no modelo real.

### **3.1.4.3. Controle PD**

Uma outra alternativa de controlador seria implementar um ganho derivativo no sistema, para que o controlador perceba as alterações e tenha uma resposta mais suave. Abaixo estão algumas análises.

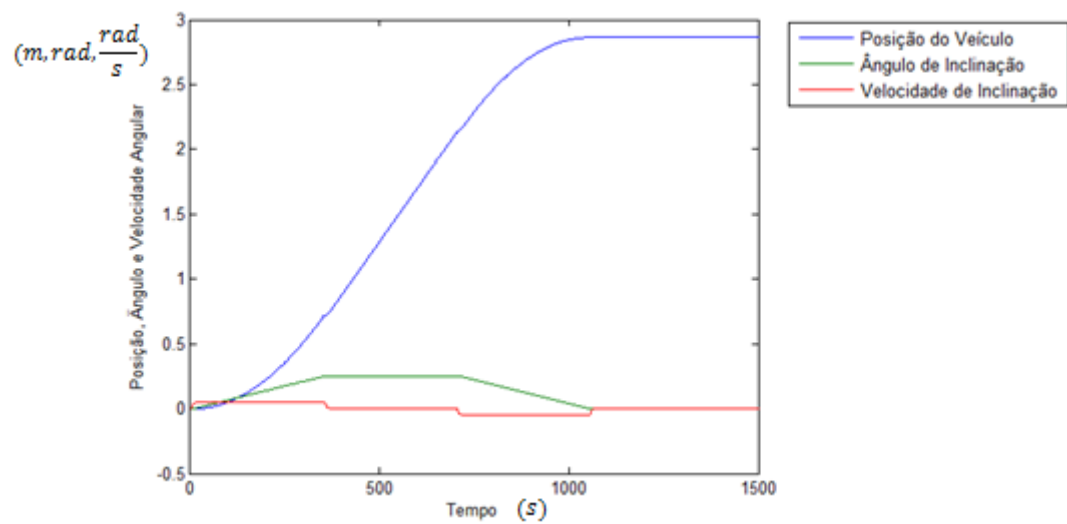


Figura 30 - Controlador Proporcional-Derivativo,  $K_p = 50$ ,  $K_d = 1$

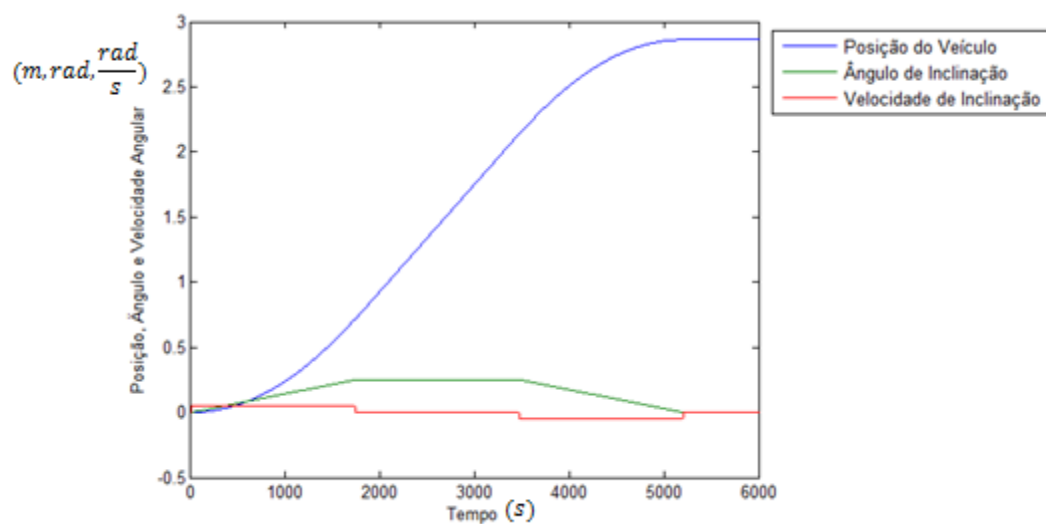


Figura 31 - Controlador Proporcional-Derivativo,  $K_p = 50$ ,  $K_d = 10$

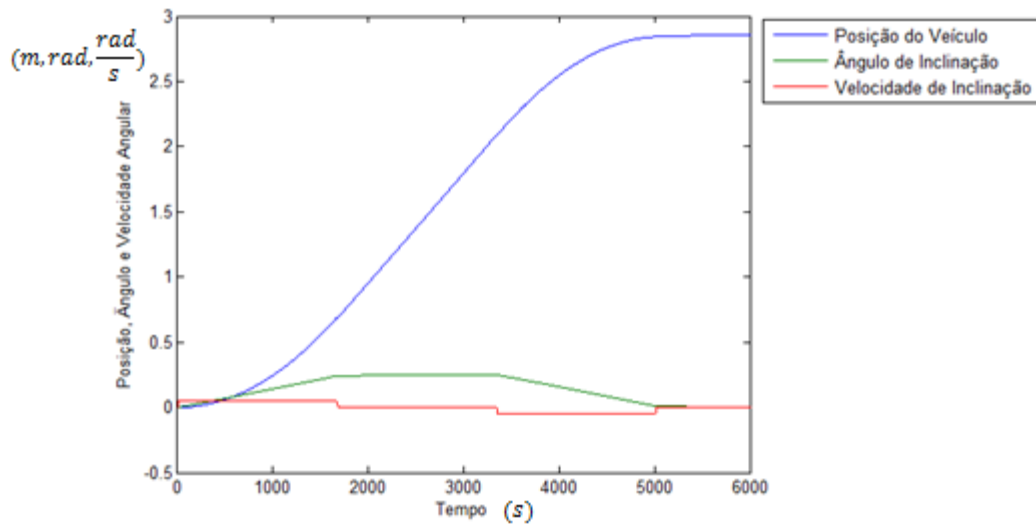


Figura 32 - Controlador Proporcional-Derivativo,  $K_p = 5$ ,  $K_d = 10$

Com a adição do controle derivativo, percebe-se uma melhora na suavidade do sistema, que passa a responder melhor as mudanças. Isso ocorre já com a introdução do termo derivativo e fica melhor com seu aumento. A última análise ainda mostra que mesmo a redução do ganho proporcional, faz o sistema ter uma estabilidade semelhante, mostrando que esse controlador seria muito efetivo para o controle real.

#### 3.1.4.4. Controle PID

Uma última análise foi feita introduzindo todos os termos do PID. Abaixo estão alguns resultados.

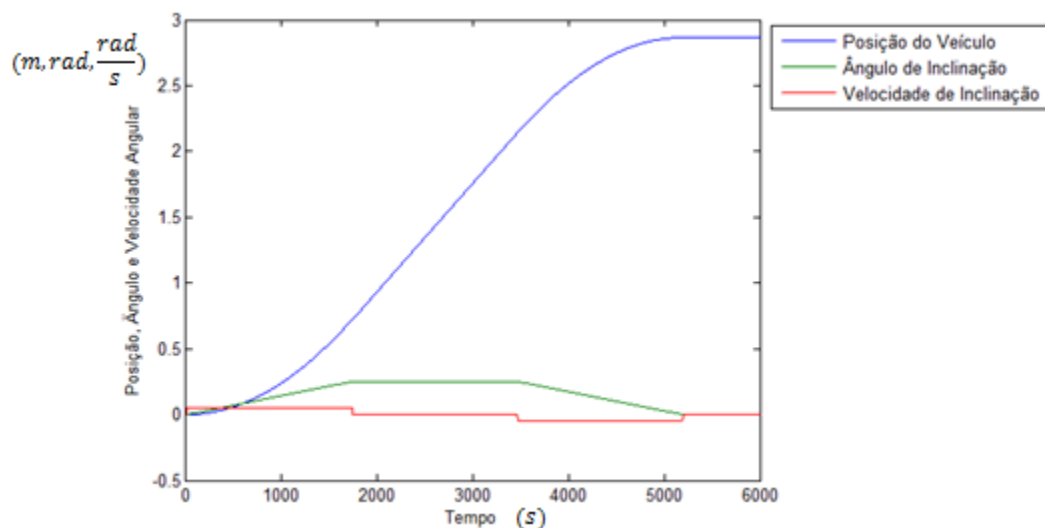
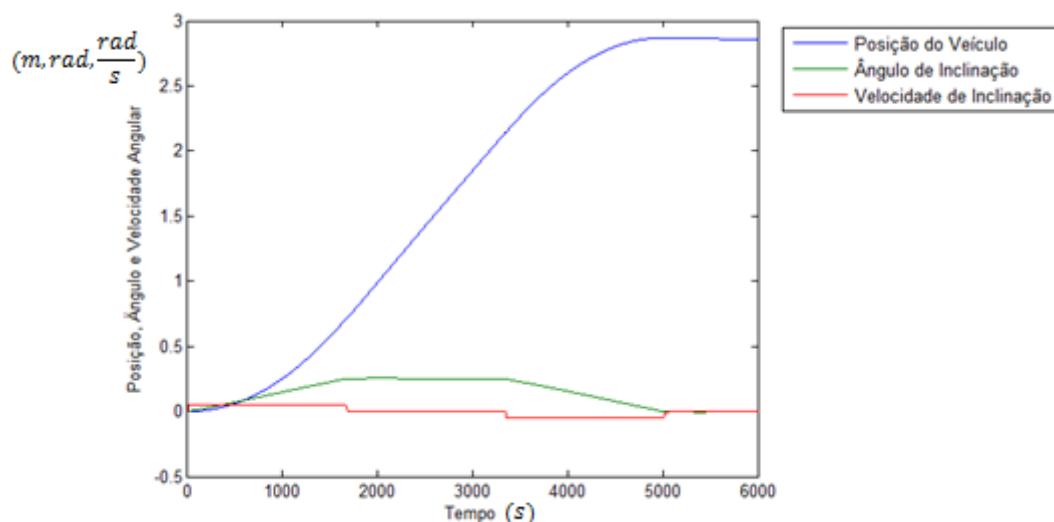


Figura 33 - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo,  $K_p = 50$ ,  $K_i = 10$ ,  $K_d = 10$



**Figura 34 - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo,  $K_p = 5$ ,  $K_i = 10$ ,  $K_d = 10$**

Um controlador com ganho proporcional alto e com parcela integral e derivativa, não possui uma melhora em relação ao sistema PD, mas possui um custo computacional muito maior. A redução do termo proporcional mostra uma piora do sistema, mostrando a necessidade de ser maior.

#### 3.1.4.5. Controle Utilizado

Após as diversas análises simuladas e utilizando o conhecimento das implementações utilizadas em (24) e (25), o controlador escolhido para ser utilizado foi um controlador PD, que não possui um custo computacional tão grande quanto se fosse utilizado um termo integral, pois apenas será utilizada uma diferença com o erro anterior, e a resposta do sistema na simulação possui características muito adequadas, como uma resposta rápida, estabilização sem sobressinal e suavidade de resposta.

### 3.2. Programação

Uma das partes mais importantes do projeto é a programação embarcada no veículo, pois essa é a integração entre o controle simulado usando um modelo teórico do veículo e o veículo construído. A programação também é a responsável por fazer cada parte funcionar, desde a aquisição dos dados feita pelos sensores até o acionamento dos motores para o equilíbrio ou para a locomoção.

Os itens a seguir explicam como funciona cada parte do código em anexo, mostrando a lógica implementada e a interação de cada parte do código.

### 3.2.1. Sensores

As informações advindas dos sensores são de extrema importância para o correto funcionamento do algoritmo de equilibra o veículo. Essas informações são transmitidas do giroscópio e do acelerômetro ao micro controlador por meio das portas de protocolo I<sup>2</sup>C, permitindo assim a entrada de um sinal digital, e aquisitadas do encoder por entradas analógicas.

#### 3.2.1.1. Giroscópio e Acelerômetro

A programação do protocolo I<sup>2</sup>C para a aquisição das informações dos sensores é feita de forma simples, graças à biblioteca de I<sup>2</sup>C presente no micro controlador. Assim, basta especificar os endereços dos sensores para fazer a comunicação.

Já a obtenção dos valores desejados dos sensores revela ser uma tarefa mais complicada. Com a utilização das informações contidas em (29), podemos fazer uma leitura adequada das informações recebidas.

O programa implementado realiza a comunicação com os sensores de forma que envia um sinal de leitura de dados para os sensores passando uma variável do tipo byte, com seis parâmetros vazios, e recebe nesses seis bytes todas as informações dos sensores. Aqui é necessário levar em conta que hora as informações do acelerômetro são transmitidas e hora são transmitidas as informações do giroscópio. A leitura das informações acontece como mostram os quadros abaixo para cada byte:

Byte	Bit							
	7	6	5	4	3	2	1	0
0	SX<7:0>							
1	SY<7:0>							
2	AX<9:2>							
3	AY<9:2>							
4	AZ<9:2>							
5	AZ<1:0>		AY<1:0>		AX<1:0>		BC	BZ

Figura 35 - Bytes de informação do Acelerômetro



Byte	Bit							
	7	6	5	4	3	2	1	0
0	Yaw Down Speed<7:0>							
1	Roll Left Speed<7:0>							
2	Pitch Left Speed<7:0>							
3	Yaw Down Speed<13:8>						Yaw slow mode	Pitch slow mode
4	Roll Left Speed<13:8>						Roll slow mode	Extension connected
5	Pitch Left Speed<13:8>						1	0

**Figura 36 - Bytes de informação do Giroscópio**

Para o acelerômetro, as informações que serão utilizadas serão apenas as acelerações nos três eixos, dessa forma serão utilizados os bytes 2, 3, 4 e 5. Já para o Giroscópio, todos os seus bytes são responsáveis por passar as informações de velocidade de giro.

Com isso, já obtemos as informações dos sensores, porém esses não são os dados que serão utilizados, pois os números gerados são gerais. Dessa forma, foi necessário realizar algumas calibrações nos números, fazendo com que ao final, os dados passados fossem os ângulos de inclinação tanto para frente (Pitch) quanto para o lado (Roll) em graus e as velocidades de inclinação de Pitch e Roll, que serão utilizados para o algoritmo de controle que será mostrado adiante.

### 3.2.1.2. Encoder

O encoder funciona gerando dois pulsos diferentes sempre que existe alguma movimentação do eixo, que juntos indicam a rotação sofrida. A soma dos resultados dos dois pulsos gera um número que corresponde a 1024 quando ocorre a rotação de duas voltas, com isso o valor da rotação pode ser adquirida e essa informação permite o calculo tanto da posição do veículo quanto da velocidade de rotação dos sensores.

Uma característica interessante do encoder é que dependendo de qual pulso é recebido primeiro, o sensor acusa a informação de qual o sentido (horário ou anti-horário) da rotação, assim, se, por exemplo, o pulso A chegar antes do B, o eixo está rotacionando no sentido horário, porém se o pulso B chegar antes, o eixo rotaciona no sentido anti-horário.

Utilizando dessas informações, o micro controlador é capaz de distinguir tanto a posição do veículo, como a velocidade e direção em que ele está seguindo.

### 3.2.2. Acionamento dos Motores

O programa também é responsável por gerar a informação que acionará os motores. Essa informação não é transmitida diretamente aos motores e sim aos drivers por meio de um PWM.

O código gera esse sinal por meio de uma função que está na biblioteca do controlador, gerando um pulso que corresponde a certa rotação. Durante o funcionamento, a função de acionamento receberá a informação de quantos graus deverão girar os motores, transformando assim essa informação em um pulso correspondente que irá transmitir essa informação aos motores.

Foram instalados também dois botões, um em cada lado do guidon, para que quando eles fossem acionados, o veículo diminuísse a tensão jogada na roda do mesmo lado do botão acionado e o veículo fosse capaz de realizar uma curva para esse lado.

Ao fim, esse algoritmo é responsável pela movimentação do veículo e por mantê-lo parado em uma posição de equilíbrio.

### 3.2.3. Controle

O algoritmo de controle é o cérebro do código e do veículo. Ele é o responsável por coordenar a aquisição de dados para realizar a função de realimentação que foi gerada pela modelagem feita previamente e que controla todo o sistema e o acionamento dos atuadores.

Inicialmente o veículo é considerado como parado na posição de equilíbrio para que um estado prévio seja utilizado no controle. Em seguida, o algoritmo realiza os cálculos da realimentação com o estado inicial e depois faz a aquisição dos estados atuais com uma nova leitura dos sensores. Com os dois estados definidos, o código calcula o erro de velocidade e alimenta a função de realimentação com a aceleração a ser utilizada. O algoritmo faz os cálculos e tem como saída as informações de velocidade que deverão ser enviados para os motores, realizando assim a readequação da posição do veículo.

Em seguida, o estado atual passa a ser o estado anterior e loop da programação volta ao começo, iniciando o processo novamente.

Quando o erro de velocidade é calculado por meio da diferença entre o estado atual e o estado anterior, ele é armazenado para que a diferença de erros também entre na função de realimentação, criando assim a parte diferencial do controlador. A parte de ganho proporcional é criada multiplicando-se o erro atual pelo valor do ganho. Assim, a aceleração enviada para o função de realimentação é a soma do erro atual multiplicada pelo ganho mais o erro a diferença entre o erro anterior e o atual vezes a constante de ganho diferencial.

Esse código se inicia no micro controlador embarcado quando o sistema é ligado e permanece atuando até que ele seja desligado.

### **3.3. Montagem do Veículo**

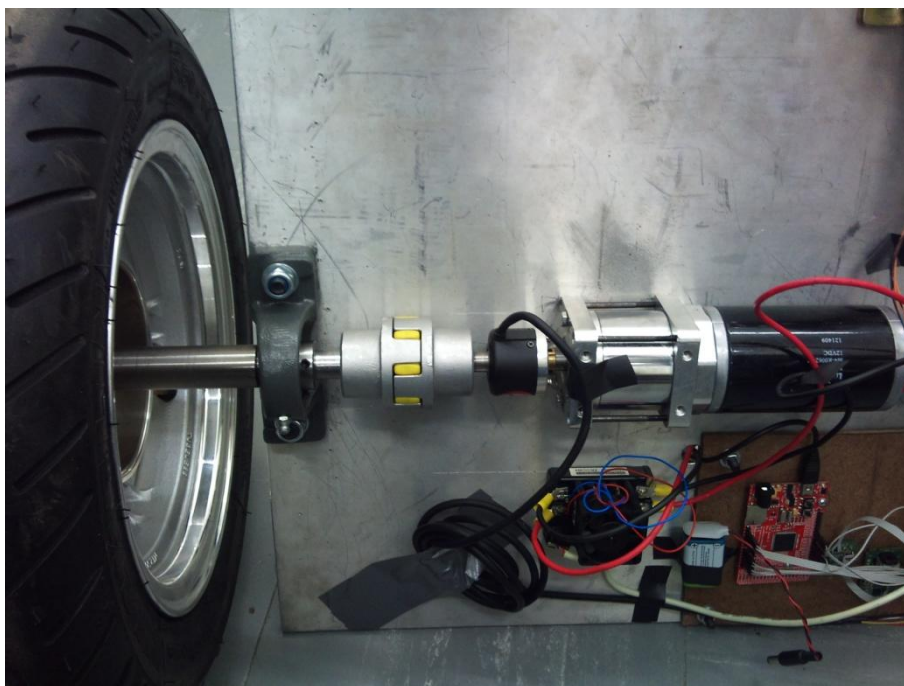
#### **3.3.1. Parte Mecânica**

A montagem da parte mecânica do veículo é em princípio é fácil, pois basta furar a chapa com os furos de todos os componentes a ser fixados, como a redução, mancais, caixa com toda a eletrônica embarcada e os drivers dos motores. Os motores estão acoplados as suas respectivas caixas de redução. Todos os três mancais são fixos na chapa com dois parafusos m10 e cada redução é fixo com 4 parafusos  $\frac{1}{4}$ ".

Aparentemente um trabalho de fácil execução foi se tornando muito complexo, inicialmente devido à falta de equipamentos específicos a chapa ao ser furada ficou empenada, comprometendo o alinhamento dos eixos das rodas com o eixo da redução e resultando diferente rotação das duas rodas. Ao desempenar as chapas devido ao grande esforço aplicado na chapa os furos da fixação do mancal e da redução desalinham. Com isso tivemos que aumentar os diâmetros dos furos da fixação das reduções e alinhar todas as peças manualmente.

Como o centro do mancal escolhido não tem a mesma altura do centro do eixo da redução foi necessário a utilização de calços para alinhar as alturas dos eixos.

Inicialmente foi pensado em fazer algum mecanismo com molas fazendo com que a haste ao estar livre de esforços ele voltaria a posição de 90° com a base, porém isto não foi possível de ser feito devido a falta de tempo e os esforços aplicados na mola ser muito elevados devido ao efeito da amplificação do esforço criado por uma alavanca. Essa força esta sendo amplificada em 50 vezes no protótipo criado. Para que o mecanismo seja possível teria que ser utilizada uma mola muito rígida, mas causaria um problema à força transmitida na barra seria o suficiente para cisalhar a parede do tudo de alumínio.



**Figura 37 - Protótipo Parte Mecânica**

### **3.3.2. Parte Elétrica**

No texto que segue será descrito como foram elaborados os circuitos que foram utilizados no veículo, bem como toda a descrição do funcionamento desse sistema integrado com a programação.

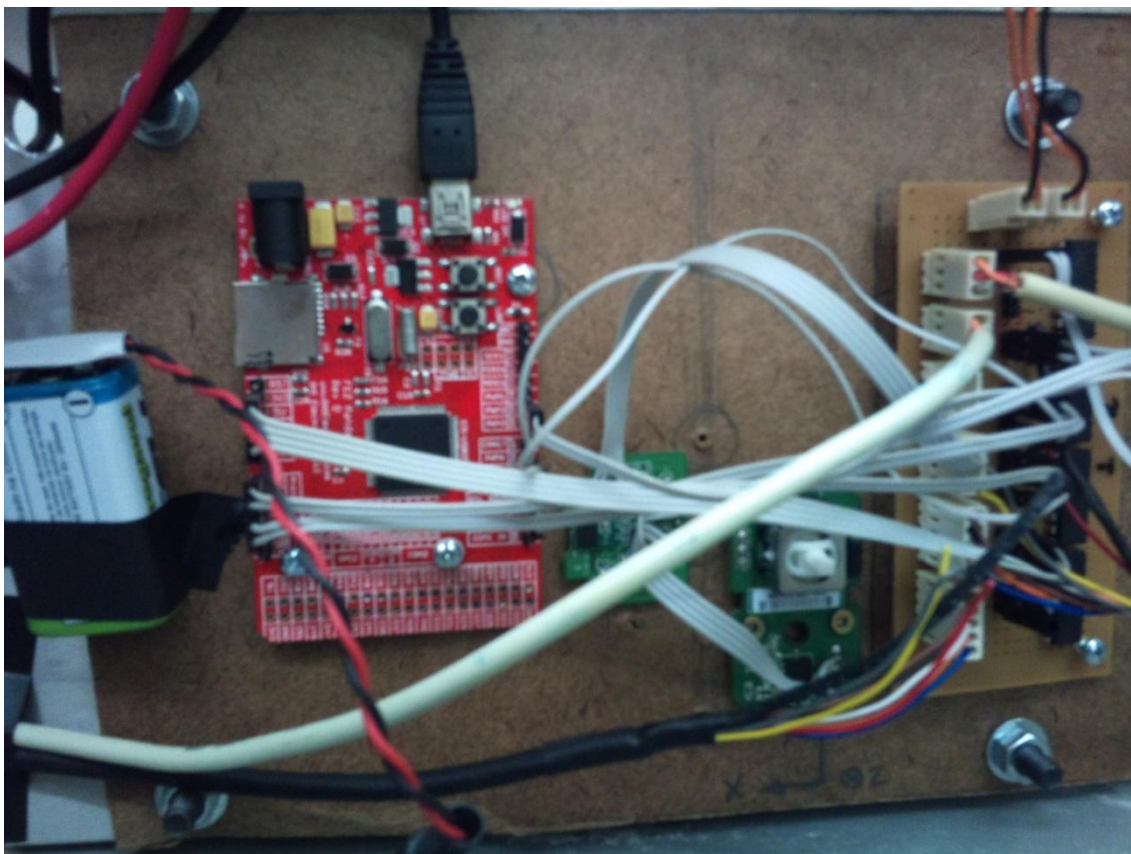
Tendo em vista que toda a eletrônica do projeto foi embarcada no veículo, alguns cuidados foram tomados para que o circuito estivesse seguro e não houvesse perigo de algo fosse desconectado durante os testes e eles tivessem que ser parados a toda hora.

A eletrônica foi instalada de forma segura na parte inferior traseira do veículo, toda ela presa por parafusos em uma pequena placa de madeira que foi presa ao veículo por parafusos. Presos à placa de madeira, foram colocados o micro controlador, o acelerômetro, o giroscópio, uma pequena placa padrão de cobre com um circuito que será descrito a seguir, e uma pequena bateria de 9V para alimentar toda a parte eletrônica.

Os drivers que geram os pulsos que alimentam o motor foram instalados separadamente na parte de fora da caixa e fixados diretamente na parte inferior da base, pois são muito maiores em relação ao resto do circuito e não teriam muita interferência dos motores. Ligados a eles estão os motores e também a bateria de 12V de chumbo-ácido que foi presa na parte superior do veículo. Sua posição foi escolhida para melhor equilibrar o centro do massa, já que seu peso e tamanho são grandes e tem grande influência no centro de massa do veículo.

Os encoders foram instalados nos eixos das reduções, de forma que assim eles conseguiriam marcar a velocidade e a posição que as rodas têm.

A montagem de toda essa parte foi relativamente simples e não trouxe grandes problemas. Para que as conexões fossem seguras e simples de serem trocadas, as entradas do micro controlador foram retiradas, houve necessidade de retirar a solda das conexões, o que não era uma tarefa muito fácil, mas isso foi resolvido com uma ajuda de um técnico da faculdade, e foram soldadas barras de pinos que possibilitam um encaixe mais seguro. Abaixo está uma figura de como ficou o micro controlador:



**Figura 38 - Protótipo Parte Elétrica**

Para que houvesse uma melhor distribuição da alimentação que seria utilizada, 5V para os encoders e 3,3V para o conjunto acelerômetro e giroscópio, foi feito um circuito em uma placa separada com conexões para as entradas e saídas do micro controlador além de entradas para as informações dos sensores e saídas para os drivers. Assim, a distribuição de energia era feita com apenas três fios e alimentava o circuito todo. Para os sensores foram usadas duas conexões, a linha de clock e a linha de data, que foram conectadas em SCL e DAS do micro controlador. Os encoders possuem sinais analógicos, portanto foram utilizadas as entradas An0 e An1 para o encoder 1 e as entradas An2 e An3 para o encoder 2. Os drivers precisavam apenas da informação do PWM, então foi utilizada a saída PWM5 para o driver esquerdo e PWM6 para o direito.

Além disso, ainda foi colocada no circuito uma parte extra, circuitos integrados com contadores para diminuir a frequência de aquisição dos encoders, o que será explicado nos resultados.

Os drivers são os únicos da parte eletrônica que não são alimentados na bateria de 9V, pois eles distribuem a energia para os motores, devendo ser conectados diretamente na bateria de 12V. Para isso também são utilizados cabos de bitolas maiores, que possibilitam a passagem de correntes maiores, que serão utilizadas para alimentar os motores. Os drivers também têm a opção de, com a alteração de um jumper, alterar se os pulsos devem ou não travar o motor, ou seja, quando eles param de ser alimentados, o driver considera que toda a rotação deve cessar, causando um tranco na roda, o que não é desejado e foi desativado.

Como os encoders têm um furo passante, eles foram instalados nos eixos e fixados por parafusos na própria redução.

Abaixo está uma figura de como ficou o conteúdo da caixa e a montagem do circuito:

Para uma maior segurança e facilidade de utilizar o veículo, foi instalado um interruptor que permite ligar a conexão da bateria de 12V com o resto do circuito. Abaixo está uma imagem desse interruptor:

## **4. Resultados**

Com o veículo parcialmente montado, foi possível o início dos testes preliminares e do funcionamento em separado de cada parte do veículo. Sem esses testes não seria possível montar o veículo todo, pois não seria possível determinar o comportamento dele sem testes com o veículo suspensão e sem ninguém em cima dele.

No texto que segue serão descritos os resultados obtidos por esses testes preliminares, bem como alguns problemas encontrados que tiveram que ser resolvidos para um melhor funcionamento do veículo.

### **4.1. Mecânica**

O protótipo quanto à parte mecânica se comportou muito bem de modo geral, a base, que na construção nos proporcionou muitos problemas, teve bom desempenho, o torque do motor não deformou a chapa. O eixo de transmissão e o acoplamento teve ótimo desempenho, ambos não romperam devido ao torque dos motores e do peso total do veículo e do usuário.

Porém nem todos os componentes se comportaram como foi planejado. Os mancais são um dos grandes problemas quanto ao desempenho, por serem esférico depois de um tempo de uso os mancais desalinham levando ao mau funcionamento do veículo, as duas rodas passaram a ter uma leve diferença de rotação. Outro problema foi quanto à haste, por ser feito de um tubo de parede muito fina e o raio de como foi dobrado o tubo não resultou em uma haste muito rígida, com isso o usuário ao inclinar o veículo não se sente seguro, levando o usuário a não conseguir controlar o veículo perfeitamente.

### **4.2. Eletrônica e Programação**

A programação feita previamente considerava cada uma das partes do projeto isoladamente, dessa forma, quando todo o veículo pode ser montado junto, algumas mudanças de adequação no código foram realizadas.

Tendo o conjunto acelerômetro e giroscópio em foco, os dados obtidos diretamente deles não poderiam ser usados, já que esses valores não condizem com nenhuma unidade de medida. No caso do acelerômetro, as informações que ele envia são das acelerações em cada eixo de direção, porém o que queremos é o ângulo de inclinação do veículo, dessa forma, algumas transformações matemáticas foram feitas utilizando uma transformação para coordenadas cilíndricas, que permitiam identificar qual a inclinação desejada. Outro problema do acelerômetro foi o fato de identificar qual era a orientação que ele deveria ter para ser posicionado na placa, já que cada posição identificava uma informação diferente de posição em cada direção devido às transformações matemáticas. Assim, diversos testes foram feitos para encontrar a posição final em que seria instalado o acelerômetro.

Depois disso ainda foi necessário adequar a unidade que seria lida o ângulo, pois a transformação resultava um ângulo em graus e o que seria efetivamente utilizado seria um ângulo em radianos.

As informações advindas do giroscópio sofriam de tratamento semelhante as do acelerômetro, pois os valores recebidos também não estavam em nenhuma unidade. Mas diferente do acelerômetro, o giroscópio mede a diferença do ângulo, dessa forma, foi mais simples transformar essa variação em uma velocidade angular de inclinação.

Para o encoder a tarefa foi mais complicada, pois em testes sem o acionamento dos motores, utilizando apenas uma movimentação manual, o micro controlador recebia a informação de rotação padrão do encoder, 1024 pulsos a cada duas rotações, porém quando o motor funcionava e a rotação subia consideravelmente, o micro controlador não era capaz de gerar interrupções suficientes para realizar uma leitura eficiente. Uma primeira tentativa foi utilizar apenas um dos sinais do encoder, o que diminuiria pela metade os pulsos, entretanto isso não se mostrou eficaz. Em seguida foi pensada a solução de reduzir o número de pulsos por hardware utilizando um contador que gera um pulso a cada dez pulsos do encoder, entretanto isso não foi o suficiente para o micro controlador. Por isso foi utilizado dois contadores para cada encoder, o que reduz a contagem de pulsos em 100 vezes, tornando sua leitura possível. No entanto, essa redução diminuiu consideravelmente a precisão do encoder, o que é prejudicial para o controle, mas essa foi a única solução encontrada, visto que apenas a substituição do micro controlador por algum capaz de fazer essa leitura seria eficaz, porém isso seria preciso um tempo que o projeto não tinha.

Assim, apesar da perda de precisão, o encoder pode ser utilizado para identificar a posição e velocidade linear do veículo.

Olhando para os drivers, eles possuem uma configuração prévia de valores para o acionamento que não foi utilizada e uma nova configuração foi programada. Uma amplitude de 1000 foi considerada para todos os valores de movimentação para frente e para trás, sendo 1500 o ponto neutro, 2000 a velocidade máxima para frente e 1000 a velocidade mínima para trás. Devido à inércia dos motores, valores entre 1450 e 1550 não causavam nenhuma rotação no motor, assim o código foi modificado para que quando uma movimentação para frente fosse necessária, o valor inicial seria 1550 e quando uma movimentação para trás fosse necessária, o valor inicial seria de 1450, o que impede que uma pequena angulação não cause nenhum efeito nos motores, o que prejudicaria a atuação do controle.

Vale observar que como os motores podem gerar velocidades de moderadas a grandes, foi necessário diminuir o valor máximo que o programa poderia enviar para os motores. Esses valores foram limitados a 1700 e 1300, deixando uma amplitude de apenas 150 para cada lado, entretanto, como foi observado ao se levantar a curva de velocidade dos motores, isso já seria suficiente, levando em conta que as primeiras variações de valores levam a alterações maiores de velocidade, evidenciando o comportamento não linear dos motores.

Em geral, diferente da parte mecânica, os testes da eletrônica e da programação mostraram problemas que já eram previsto e não foram difíceis de ser contornados,



mesmo considerando a leitura do encoder, que apesar de muito problemática, teve uma solução que não tomou muito tempo.

### **4.3. Controle**

Os primeiros testes do controles foram realizados com a placa separada para que fosse mais fácil de ser movida livremente, mas que mostraram uma resposta confusa e inadequada, entretanto isso era devido a problemas de aquisição de dados, como o recebimento dos valores de ângulos e velocidades de inclinação, além da dificuldade de mandar pulsos corretos aos drivers. Com a resolução dos problemas já explicada anteriormente, testes mais efetivos foram feitos com o veículo invertido, já que algumas alterações ainda seriam feitas e o micro controlador recebia energia via USB, além de garantir que caso o controle não funcionasse, o veículo não sairia andando.

Iniciados os testes, quando a placa inclinava para frente, os motores respondiam e começavam a se mover no mesmo sentido, de forma a compensar o centro de massa com velocidade para frente, o que era esperado. Foi observado também que conforme a placa inclinava cada vez mais, a velocidade ia aumentando até atingir seu limite, o que também era esperado. O mesmo comportamento foi observado inclinando-se a placa para trás. Isso demonstra que o sistema está respondendo ao controle da forma como era requerida. Vale observar que como o controle funciona devido à variação de velocidade, quando existe uma alteração brusca de sentido de movimento, o motor inverte o sentido de rotação para estabilizar mais rápido com a angulação desejada. Os testes também mostraram que a aceleração dependia de quão rápido a placa girava, mostrando que o veículo acelera ou desacelera diretamente conforme a inclinação varia.

Um problema encontrado foi que como uma das reduções está mais rígida, apesar de os dois motores receberem o mesmo pulso, uma das rodas tendia a parar mais rápido e a funcionar em uma velocidade mais baixa.

Em termos gerais, o controle funciona de modo correto para o veículo incompleto, movendo-se conforme a inclinação e a velocidade de inclinação. Entretanto isso não demonstrava que o veículo estabilizaria como será explicado a seguir.

### **4.4. Resultados Finais**

Quando o veículo foi colocado no sentido correto e o controle foi acionado, as respostas do motor não foram positivas. Os motores de fato respondiam aos comandos do acionamento, porém o controle se mostrou muito lento, demorando em atuar e quando começava a responder, a resposta era forte demais e o veículo nunca chegava a estabilizar. Outro problema encontrado foi o fato de o controle ter efeitos de fase não mínima, ou seja, quando ele inclinava para frente, primeiro o motor acionava no sentido contrário para depois atuar no sentido correto. Dessa forma, após alguns

testes esse controle foi abandonado devido a sua complexidade, que acarretaria em um tempo de análise muito alto, o que não seria viável.

Para tentar encontrar uma forma de estabilizar o veículo, foi buscado implementar um código que tivesse funcionado. Utilizando o material que foi da pesquisa bibliográfica, a primeira tentativa foi utilizar um PID comum que também foi utilizado no projeto do DIY MIT Segway (3). A idéia era usar o valor do ângulo de inclinação, sempre utilizando o valor antigo do ângulo, uma pequena parcela do novo valor do ângulo e outra parcela pequena parcela da integração da velocidade angular, o que acaba se tornando um termo integrativo, além de impossibilitar movimentações bruscas de ângulo. O giro recebe seu valor normal e em seguida o valor da tensão enviada ao motor pode ser calculada utilizando um ganho multiplicando o ângulo e outro ganho multiplicando a velocidade de inclinação. A união desses dois termos gera um controlador PID, pois o termo da velocidade é uma derivada da posição.

O início dos testes também não se mostrou eficiente, pois o controle demorava a atuar e quando atuava, era graças a um ganho muito alto, que instabilizava a resposta e amplificava o erro. Depois de diversos testes, foi constatado que o controle estava muito lento, pois se percebia que o motor atuava aproximadamente duas vezes por segundo.

Após muito tempo de procura por uma solução, o modo utilizado para reduzir o tempo de controle foi reunir toda a leitura dos sensores e a atuação dos motores ocorre em apenas uma interrupção separada do programa principal. Dessa forma, o programa principal fica sem atuação nenhuma e apenas a interrupção permanece ativa, atuando aproximadamente a cada 5 milissegundos, o que faz o controle ter uma atuação de 200 Hz.

Com esse novo programa, o controle finalmente pode ser efetivo, restando apenas ajustar os valores dos ganhos do controlador para que a atuação fosse adequada. Após alguns ajustes o controle de estabilização passou a atuar e o veículo efetivamente se equilibra sozinho. Alguns problemas ainda podem ser notados, como o fato de uma redução estar um pouco travada, o veículo acaba girando um pouco para estabilizar. Outros problemas constatados foram o fato de o veículo ter muita estabilidade quando inclina para frente, mas tem problemas de equilíbrio para trás e às vezes continua andando sem parar, o que pode ser resolvido com uma alteração do ângulo padrão de equilíbrio para enganar o controle.

Em seguida se iniciaram os testes com uma pessoa em cima do veículo, porém o veículo tem dificuldades de se estabilizar e a pessoa tem problemas para ficar parada. Contudo, algumas alterações de ganho no controle tornam o controle mais eficiente para equilibrar com uma pessoa, possibilitando a locomoção. Entretanto, esse modo de controle passa a não equilibrar o veículo sem ninguém, o que deveria acontecer, já que o centro de massa muda completamente de lugar quando uma pessoa sobe no veículo. Isso também revela uma alteração para futuros projetos, que seria a adição de um sensor de presença, que alternaria entre os controles quando o veículo está ou não com uma pessoa em cima.

## 5. Conclusão

Após todo o desenvolvimento do trabalho, muitos conhecimentos puderam ser adquiridos, não só relacionados à engenharia como eletrônica, mecânica e controle, mas também ensinamentos de trabalho em grupo, cooperação e planejamento de projeto que serão levados para toda a vida.

Quanto ao projeto em si, foram apresentadas as principais características do veículo construído, bem como o detalhamento da aplicação de um algoritmo de controle utilizado com uma linearização de espaço de estados, que no princípio não funcionou, porém talvez funcione com o controlador atuando em uma frequência maior. Ao fim, os testes do novo controle mostraram um comportamento do veículo com estabilização razoável, controlando o sistema de maneira satisfatória.

Quanto a futuras melhorias, diversas alterações podem ser feitas, como a utilização de motores e reduções mais compactas, o que reduziria o tamanho da chapa utilizada como base, a substituição da placa por uma estrutura tubular muito mais leve e resistente ou um chassi projetado, como no modelo comercial, e projetar e construir mancais e acoplamentos específicos para a aplicação, tornando-o mais compacto. Além disso, poderia ser utilizada uma placa de desenvolvimento próprio ao invés de um micro controlador comercializado, o que melhoraria o desempenho do controle e descartaria funções inúteis do controlador. Para sensoramento, sensores mais precisos e uma redundância de sensores seriam mais eficaz para obter sinais de referencia mais precisos, além de eliminar efeitos de ruído. Modificações no controle podem ser implementadas, pois o controle utilizado tenta estabilizar apenas medindo a posição e ignora todas as características do veículo, o que resultaria em um controle mais preciso e eficiente.

Concluindo, o objetivo de construção de um veículo de duas rodas capaz de se auto equilibrar foi alcançado, ampliando nos conhecimentos sobre esse tipo de veículo além de testar nossos conhecimentos nas diversas áreas abordadas durante todo o curso de engenharia mecatrônica.

## Referências Bibliográficas

- (1) <http://www.segway.com/> Acesso em : 07/12/2011
- (2) [http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/grasser\\_darrigo\\_colombi\\_rufer\\_mic\\_01.pdf](http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/grasser_darrigo_colombi_rufer_mic_01.pdf) Acesso em : 07/12/2011
- (3) <http://web.mit.edu/first/segway/> Acesso em : 07/12/2011
- (4) [http://sites.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/robotics\\_projects.php?wpage\\_id=44&title=18&browsebyauthor=115](http://sites.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/robotics_projects.php?wpage_id=44&title=18&browsebyauthor=115) Acesso em : 07/12/2011
- (5) [http://sites.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/robotics\\_projects.php?wpage\\_id=44&title=31](http://sites.mecheng.adelaide.edu.au/robotics/robotics_projects.php?wpage_id=44&title=31) Acesso em : 07/12/2011
- (6) <http://www.teamhassenplug.org/robots/legway/> Acesso em : 07/12/2011
- (7) <https://www.elektor.com/projects/elektorwheelie.986808.lynkx> Acesso em : 07/12/2011
- (8) <http://banebots.com/p/M4-R0062-12> Acesso em : 07/12/2011
- (9) <http://www.vexrobotics.com/victor-speed-controller.html> Acesso em : 07/12/2011
- (10) [http://www.firstwiki.net/index.php/Victor\\_884](http://www.firstwiki.net/index.php/Victor_884) Acesso em : 07/12/2011
- (11) <http://octopart.com/lis3l02al-stmicroelectronics-800145> Acesso em : 07/12/2011
- (12) <http://invensense.com/mems/gaming.html> Acesso em : 07/12/2011
- (13) <http://invensense.com/index.html> Acesso em : 07/12/2011
- (14) [http://www.autonics.com.br/sensores\\_documentacao.asp?id=296](http://www.autonics.com.br/sensores_documentacao.asp?id=296) Acesso em : 07/12/2011
- (15) <http://www.ghielectronics.com/catalog/product/256/> Acesso em : 07/12/2011
- (16) [http://www.i2c-bus.org/fileadmin/ftp/i2c\\_bus\\_specification\\_1995.pdf](http://www.i2c-bus.org/fileadmin/ftp/i2c_bus_specification_1995.pdf) Acesso em : 07/12/2011
- (17) <http://www.elektronika-mp.hr/baterije/FP12180.pdf> Acesso em : 07/12/2011
- (18) <http://banebots.com/pc/P80K-S4/P80K-44-0005> Acesso em : 07/12/2011
- (19) [http://www.suzukimotos.com.br/modelos/burgman\\_i/](http://www.suzukimotos.com.br/modelos/burgman_i/) Acesso em : 07/12/2011
- (20) [http://www.ktr.com/root/img/pool/pdf/produktkataloge/en/en\\_gesamt/001\\_rotex\\_en.pdf](http://www.ktr.com/root/img/pool/pdf/produktkataloge/en/en_gesamt/001_rotex_en.pdf) Acesso em : 07/12/2011
- (21) <http://www.frm.ind.br/p200.pdf> Acesso em : 07/12/2011
- (22) Nawawi, S. W. , Ahmad , M. N. , Osman, J. H. S. and Husain, A. R. - Controller Design for Two-wheels Inverted Pendulum Mobile Robot Using PISMIC - University Technology Malaysia - site:<[http://eprints.utm.my/227/1/NawawiSW2006\\_ControllerDesignforTwo-wheels.pdf](http://eprints.utm.my/227/1/NawawiSW2006_ControllerDesignforTwo-wheels.pdf)> - Acesso em :07/12/2011
- (23) Nawawi, S. W. , Ahmad , M. N. and Osman, J. H. S. - Real-Time Control of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot - World Academy of Science, Engineering and Technology (2008) Site:<<http://www.waset.org/journals/waset/v39/v39-39.pdf>> - Acesso em: 07/12/2011
- (24) Jornalo, B. M. E Dutra, D. S. - Robô móvel de duas rodas com sistema de equilíbrio dinâmico – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (2010)
- (25) Siqueira, G. B. e Fabbri, R. D. P. - VEÍCULO DE TRANSPORTE INDIVIDUAL “PAPALÉGUAS”- Escola Politécnica da Unicersidade de São Paulo (2010)

- (26) Hendrick, J. K. and Girard, A. - Control of Nonlinear Dynamic Systems: Theory and Applications – University of California, Berkeley (2005)  
Site:<[http://www.me.berkeley.edu/ME237/8\\_feedback\\_lin.pdf](http://www.me.berkeley.edu/ME237/8_feedback_lin.pdf)> Acesso em: 07/12/2011
- (27) Fan, P. and Wang, C. - Exact Feedback Linearization and Decoupling Control of Doubly Fed Induction Generator – University of Science and Technology Beijing (2010) –  
Site:<[http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=5448283&tag=1](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5448283&tag=1)> - Acesso em: 07/12/2011
- (28) Kostov, K. , Enev, S. , Fnaiech, F. and Todorov, A. - Position Control of Induction Motors by Exact Feedback Linearization\* - Burgarian Academy of Sciences (2008) - Site:< [http://www.cit.iit.bas.bg/CIT\\_08/v8-1/34-43.pdf](http://www.cit.iit.bas.bg/CIT_08/v8-1/34-43.pdf)> Acesso em: 07/12/2011
- (29) [www.wiibrew.org](http://www.wiibrew.org) Acesso em : 07/12/2011

## Anexos

### Fotos



